



**РЕПУБЛИКА БЪЛГАРИЯ**  
**МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА**

**НАЦИОНАЛНО СЪСТЕЗАНИЕ – ТЕСТ ПО МАТЕМАТИКА**  
**НАЦИОНАЛЕН КРЪГ – 26 април 2009 г.**

**Задачите с номера от 1 до 15 включително се оценяват с по 1 точка:**

1. Стойността на израза  $\frac{3^4(-8)^2}{2^33^5}$  е равна на:

- А)  $\frac{8}{3}$                       Б)  $\frac{4}{3}$                       В)  $-\frac{4}{3}$                       Г)  $-\frac{8}{3}$

2. Изразът  $(3a-2)(2+3a)-(a-3)(9a+4)$  е тъждествено равен на:

- А)  $-31a+8$                       Б)  $23a+8$                       В)  $23a-16$                       Г)  $-23a-16$

3. Кое от равенствата е тъждество?

- А)  $8a^3 - b^3 = (2a - b)^3$                       Б)  $8a^3 - b^3 = (2a - b)(2a + b)$   
В)  $8a^3 - b^3 = (2a - b)(4a^2 + 2ab + b^2)$                       Г)  $8a^3 - b^3 = (2a - b)(4a^2 - 2ab + b^2)$

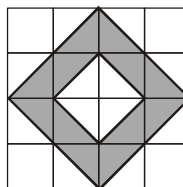
4. Решението на уравнението  $x = -\frac{2}{7}x$  е:

- А)  $-\frac{7}{2}$                       Б)  $-\frac{1}{7}$                       В) 1                      Г) 0

5. Решенията на неравенството  $12 - 4x > 0$  са:

- А) всяко  $x \in (-\infty; -3)$                       Б) всяко  $x \in (-\infty; 3)$   
В) всяко  $x \in (-3; +\infty)$                       Г) всяко  $x \in (3; +\infty)$

6. Ако дължината на страната на всяко единично квадратче в мрежата е 3 см, намерете лицето на затъмнената фигура в квадратни сантиметри.



7. Поради ремонт на еднокилометров участък от пътя трябва да се движа там с 40 км/ч вместо с 90 км/ч. С колко секунди ще се удължи пътуването ми?

- А) 40                      Б) 50                      В) 60                      Г) 70

8. Разполагате с пясъчен часовник, който измерва точно 7 минути. С него можете да измерите:

- А) 2 часа 30 минути    Б) 3 часа 30 минути    В) 5 денонощия    Г) 14 часа 5 минути

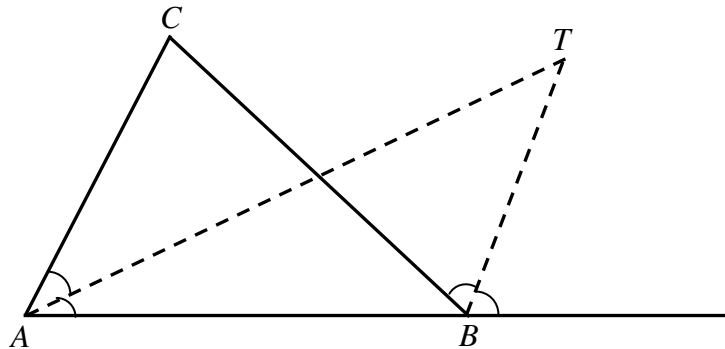
9. Колко са целите числа  $x$ , за които  $|3x + 16| = 2009$  ?

- А) 0                      Б) 1                      В) 2                      Г) повече от 2

10. Пресметнете:  $20092009.20082009 - 20082008.20092008$  .

- А) 40174017            Б) 40175017            В) 50175017            Г) 50174017

11. Вътрешната ъглополовяща при върха  $A$  и външната ъглополовяща при върха  $B$  в  $\triangle ABC$  се пресичат в точка  $T$ . Колко процента е мярката на  $\angle ATB$  от мярката на  $\angle ACB$  ?



- А) 100%                      Б) 75%                      В) 50%                      Г) 25%

12. На контролно по математика били зададени две задачи. След контролното Андрей, Бисер и Веско изказали по две твърдения за отговорите, които са получили.

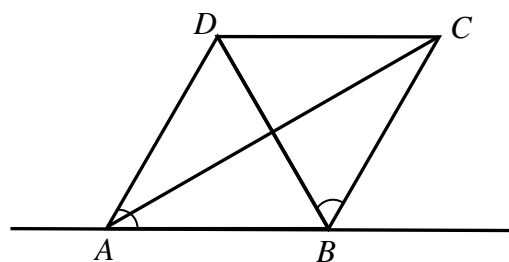
*Андрей:* “Отговорът на първата задача е по-голям от 18, а отговорът на втората е не по-голям от 14.”

*Бисер:* “За първата задача се получава по-малко от 20, а отговорът на втората е 14.”

*Веско:* “На първата задача отговорът е 15, а на втората е по-голям от 14.”

Известно е, че един от учениците е сгрешил и двете задачи, а за двама от тях и двете им твърдения са верни. Намерете сбора от отговорите на двете задачи, ако и двата отговора са цели числа.

13. Точките  $C$  и  $D$  са в една и съща полуравнина относно правата  $AB$  така, че  $AB = BD$ ,  $AD = BC$ ,  $\angle BAD = \angle DBC$  и точката  $C$  лежи на ъглополовящата на  $\angle BAD$ . Намерете мярката на  $\angle ABC$ .



- А)  $150^\circ$                       Б)  $135^\circ$                       В)  $120^\circ$                       Г)  $105^\circ$

14. Натурален сок съдържа 80% вода. За да се концентрира сокът, се премахват 75% от водата. Какъв е процентът на водата в концентрирания сок?

- А) 50%                      Б) 40%                      В) 20%                      Г) 5%

15. Фирма получава поръчка, като разполага с две машини с различна производителност за изпълнението ѝ. С едната машина тя може да изпълни поръчката за 5 часа, а с другата – за 7 часа. За колко време фирмата ще изпълни поръчката, ако двете машини работят едновременно?

- А) 2 ч.                      Б) 2 ч. 55 мин.                      В) 3 ч.                      Г) 3 ч. 5 мин.

**Задачите с номера от 16 до 35 включително се оценяват с по 2 точки:**

16. Да се намери стойността на израза  $2x - y + 3$ , ако за числата  $x$  и  $y$  е изпълнено  $8xy = (2x + y)^2$ .

17. На финала на едно надбягване участниците, които са повече от един, се провикват един след друг по реда на пристигането им.

*Първият:* “Участваме общо 8 души в това състезание.”

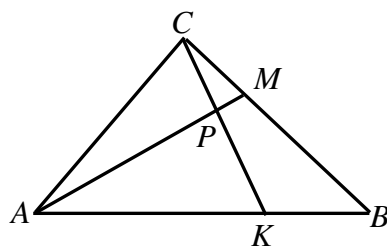
*Всеки следващ:* “Всички преди мен излъгаха.”

Колко от участниците в състезанието не са излъгали?

- А) 2                      Б) 0                      В) 1                      Г) не може да се отговори точно

18. Един сал изминава разстоянието от  $A$  до  $B$  за 45 минути, а една моторна лодка изминава същото разстояние за 15 минути. За колко минути моторната лодка ще измине разстоянието от  $B$  до  $A$ ?

19. Даден е  $\triangle ABC$ . Правата  $CK$  ( $K \in AB$ ) пресича ъглополовящата  $AM$  ( $M \in BC$ ) в точката  $P$  така, че  $\angle CPM = 89^\circ$ . Посочете вярното твърдение.

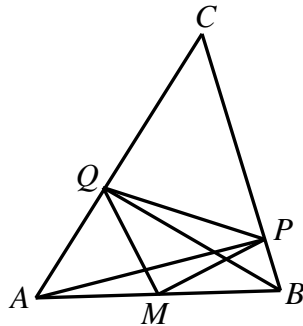


- А)  $AC < AK$                       Б)  $AC = AK$                       В)  $AC > AK$   
Г) данните в задачата не са достатъчни, за да се определи със сигурност коя от отсечките  $AC$  и  $AK$  е с по-голяма дължина

20. Намерете  $n$ , ако степента на едночлена  $5^8 \cdot 2^4 \cdot xy^{2n} \cdot z^n$  е равна на 28.

- А) 4                      Б) 5                      В) 8                      Г) 9

21. Отсечките  $AP$  ( $P \in BC$ ) и  $BQ$  ( $Q \in AC$ ) са височини в остроъгълния  $\triangle ABC$  с  $\angle ACB = 60^\circ$ , а точката  $M$  е средата на страната  $AB = 12$  см. Да се намери периметърът на  $\triangle MPQ$  в сантиметри.



- А) 12                                      Б) 15                                      В) 18                                      Г) 24

22. Ако  $a \neq 0$  и  $|a| \neq 1$ , кой от посочените изрази е множител на  $a^2x^2 - 90ax - x^2 + 8x + 2009$  за всяко  $x$ ?

- А)  $ax - x - 41$                       Б)  $ax - x + 41$                       В)  $ax + x + 49$                       Г)  $ax - x + 49$

23. В един клас дошло ново момиче, в резултат на което процентът на момичетата се увеличил от 50% на 52%. Колко са момчетата в този клас?

- А) 10                                      Б) 15                                      В) 14                                      Г) 12

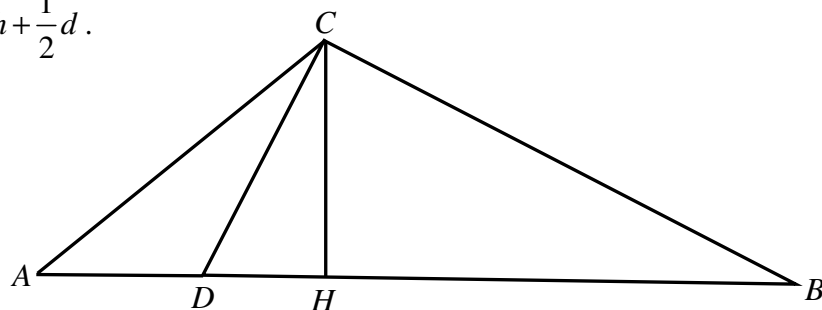
24. Да се определи видът на равнобедрения  $\triangle ABC$  ( $AC = BC$ ) с основа  $AB = 12$  см и лице 48 кв. см.

- А) остроъгълен                                      Б) правоъгълен  
В) тъпоъгълен                                      Г) не може да се определи

25. На масата са поставени три картончета. От всяка страна на всяко от тях е написано по едно цяло число. Виждат се само числата от горните страни на картончетата и това са числата 0, 1 и 2. Хитър Петър твърди, че ако от едната страна на някое картонче пише 0, то числото от другата му страна е непременно четно. За да проверим дали Хитър Петър не ни лъже, е задължително да обърнем картончетата с числата:

- А) 0                                      Б) 0 и 1                                      В) 0 и 2                                      Г) 0, 1 и 2

26. Даден е  $\triangle ABC$  с  $\angle ACB = 105^\circ$  и височина  $CH = h$  ( $H \in AB$ ). Ъглополовящата на  $\angle ACH$  пресича страната  $AB$  в точката  $D$ . Да се намери дължината на отсечката  $HB$ , ако  $AD = d$  и  $AC = h + \frac{1}{2}d$ .



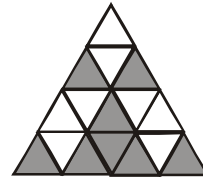
- А)  $\frac{7}{2}h + \frac{3}{4}d$                                       Б)  $\frac{d}{4} + \frac{7h}{2}$                                       В)  $3h - \frac{d}{4}$                                       Г)  $2h + d$

27. Намерете броя на естествените числа  $n$ , за които числото  $\frac{6n+2}{2n+3}$  е цяло.

28. Една библиотека разполага със 150 лв. за закупуване на два вида книги. Цената на една книга от първия вид е 8 лв., а цената на една книга от втория вид е 15 лв. По колко различни начина могат да се изразходват тези 150 лв., ако от всеки вид трябва да се закупи поне по един екземпляр?

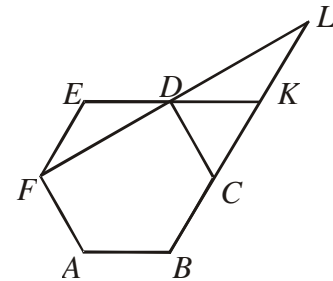
- А) 1                                      Б) 2                                      В) 3                                      Г) повече от 3

29. Прebroйте триъгълниците, в които лицето на затъмнената част е равно на лицето на незатъмнената.



- А) 5                                      Б) 6                                      В) 7                                      Г) 8

30. Даден е правилен шестоъгълник  $ABCDEF$ . Ако правата  $BC$  пресича правите  $FD$  и  $ED$  съответно в точки  $L$  и  $K$ , вярно е, че:



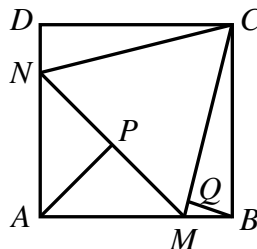
- А)  $AK = EL$                                       Б)  $\angle EDL = \angle ABK$   
 В)  $EL \parallel AC$                                       Г)  $S_{\triangle ABK} > S_{\triangle ACD}$

31. Наградният фонд за едно състезание бил разделен в отношение 4 : 3 и по-голямата част била дадена за първо място, а останалата била разделена отново в отношение 4 : 3 съответно за второ и трето място. Колко са били средствата за второ място, ако разликата между средствата за първо и трето място е била 779 лв.?

- А) 369 лв.                                      Б) 492 лв.                                      В) 592 лв.                                      Г) 2009 лв.

32. За коя стойност на параметъра  $a$  решенията на неравенството  $(5a+3)x-3a < a(3+5x)-3$  са  $x \in (-\infty; 5)$ ?

33. Даден е квадрат  $ABCD$ . Точките  $M$  и  $N$  са съответно върху страните  $AB$  и  $AD$  така, че  $\triangle NMC$  е равностранен, а  $AP \perp MN$  ( $P \in MN$ ) и  $BQ \perp MC$  ( $Q \in MC$ ). Да се намери дължината на отсечката  $AP$  в сантиметри, ако  $BQ = 2$  см.



- А) 2                                      Б) 4                                      В) 5                                      Г) 6

34. В индивидуален турнир по тенис участват четирима души, които след теглене на жребий образуват две двойки. Победителите от двете двойки играят за първо – второ място, а победените играят за трето – четвърто място. Колко са възможните крайни класирания в турнира?

- А) 4                                      Б) 12                                      В) 24                                      Г) 36

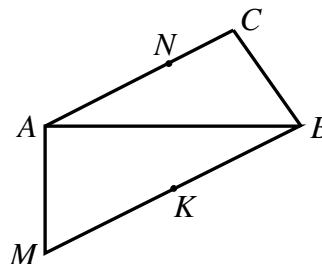
35. Даден е  $\triangle ABC$ , в който  $\angle ABC = 60^\circ$  и  $AB = 2BC$ . Перпендикулярът от точката  $A$  към  $AB$  пресича перпендикуляра от точката  $B$  към  $BC$  в точката  $M$ . Ако  $K$  е средата на отсечката  $MB$ , а  $N$  е такава точка върху отсечката  $AC$ , че  $AN = 2NC$ , кое от посочените твърдения **НЕ Е** вярно?

А)  $AM = AN$

Б)  $NK \perp AB$

В)  $2CN = NK$

Г)  $AC = MB$



Задачите с номера от 36 до 50 включително се оценяват с по 3 точки:

36. Едновременно един срещу друг от София и Варна тръгнаха два камиона. Единият от тях се движил с 10 км/ч по-бързо от другия. Намерете скоростта на по-бързия камион, ако 10 минути след срещата им разстоянието между тях е било 23 км.

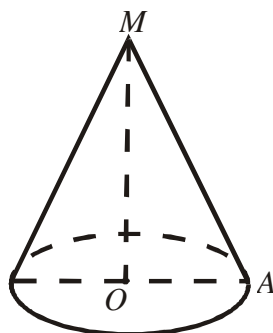
А) 64 км/ч

Б) 71 км/ч

В) 74 км/ч

Г) 81 км/ч

37. Височината и диаметърът на прав кръгов конус са с равни дължини. Ако върхът на конуса е  $M$ , центърът на основата е  $O$  и  $MA$  е образувача на конуса, вярно е, че:



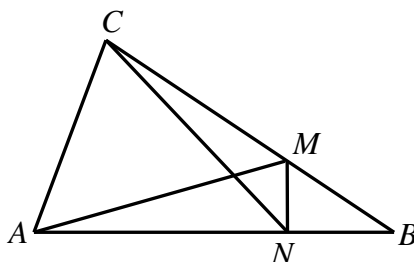
А)  $\angle OAM \leq 30^\circ$

Б)  $30^\circ < \angle OAM < 60^\circ$

В)  $\angle OAM = 60^\circ$

Г)  $\angle OAM > 60^\circ$

38. Точката  $M$  лежи на катета  $BC$  на правоъгълния  $\triangle ABC$ , а точката  $N$  е петата на перпендикуляра от  $M$  към хипотенузата  $AB$ . Да се намери градусната мярка на  $\angle ACN$ , ако  $\angle MAB = 14^\circ$ .



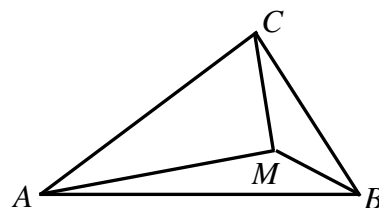
39. В резултат на измерване на страните и на един от диагоналите на даден четириъгълник са получени следните размери: 1,5 см; 2 см; 3 см; 4 см и 6 см. Намерете дължината на измерения диагонал в сантиметри.

- А) 6 см                      Б) 2 см                      В) 3 см                      Г) 4 см

40. Намерете най-малкото естествено число, което е по-голямо от 1 и което не може да се получи от естествено число чрез увеличаването му с цяло число проценти от 1% до 100%. (Например, числото 6 може да се получи от 5, като увеличим 5 с 20%.)

41. Даден  $\triangle ABC$ , в който  $\angle BAC = 38^\circ$  и  $\angle ABC = 44^\circ$ . Точката  $M$  е във вътрешността на триъгълника така, че  $\angle MAB = 8^\circ$  и  $\angle ABM = 22^\circ$ . Да се намери мярката на  $\angle BMC$ .

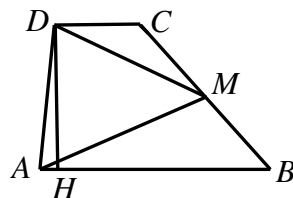
- А)  $120^\circ$                       Б)  $135^\circ$   
 В)  $142^\circ$                       Г)  $151^\circ$



42. Да се намерят последните две цифри на стойността на израза  $1 + 2 + \dots + 2009$ .

- А) 05                      Б) 25                      В) 35                      Г) 45

43. Точката  $M$  е средата на бедрото  $BC$  на трапеца  $ABCD$  ( $AB \parallel CD$ ), а дължината на височината  $DH$  ( $H \in AB$ ) е равна на 8 см. Да се намери сумата от дължините на основите  $AB$  и  $CD$  в сантиметри, ако  $S_{AMD} = 24$  кв. см.



44. Сумата от квадратите на три последователни цели числа е по-голяма от утроеното произведение на двете по-големи от тях. За възможно най-голямата стойност на най-малкото от тези три числа е вярно, че е:

- А) по-малка от  $-1$                       Б)  $-1$                       В)  $1$                       Г) по-голяма от  $1$

45. В правоъгълна координатна система са дадени точките  $A(-1; 1)$ ,  $B(2; -2)$  и  $C(4; 3)$ . Коя от посочените по-долу точки е пресечната точка на абсцисната ос и височината на  $\triangle ABC$  от върха  $C$ ?

- А)  $(3; 0)$                       Б)  $\left(\frac{3}{2}; 0\right)$                       В)  $(1; 0)$                       Г)  $\left(\frac{1}{2}; 0\right)$

46. Две камбанки бият в продължение на 3 минути – първата на всеки 3 секунди, а втората на всеки 5 секунди. При едновременно биене се чува един звън. Колко звъна общо са се чули за тези 3 минути, ако камбанките са започнали да бият едновременно в началото на 3-те минути?

А) 96

Б) 84

В) 85

Г) 86

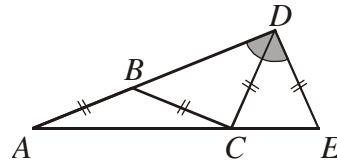
47. На чертежа  $AB = BC = CD = DE$ . Ако мерките на ъглите от чертежа с върхове в точките  $A, B, C, D$  и  $E$  са цяло число градуси, то възможно най-голямата стойност на мярката на  $\angle ADE$  е:

А)  $176^\circ$

Б)  $177^\circ$

В)  $178^\circ$

Г)  $179^\circ$



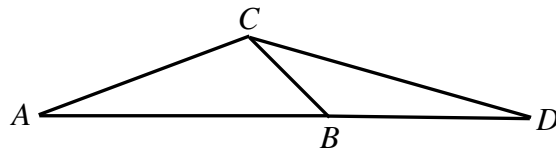
48. Даден е  $\triangle ABC$  с  $\angle ACB = 110^\circ$  и  $\angle BAC = 30^\circ$ . Върху продължението на страната  $AB$  е взета точка  $D$  така, че  $CD = AB$  и  $B$  е между  $A$  и  $D$ . Да се намери мярката на  $\angle ADC$ .

А)  $10^\circ$

Б)  $15^\circ$

В)  $20^\circ$

Г)  $30^\circ$



49. На дъската едно след друго са написани 2009 на брой числа, всяко от които, освен първото и последното, е два пъти по-малко от произведението на числото, стоящото непосредствено преди него и числото, стоящо непосредствено след него. Да се намери 2009-ото число, ако първото и второто са съответно 2 и 3.

А) 4

Б)  $\frac{4}{3}$

В)  $\frac{3}{2}$

Г) 3

50. Права разполовява периметъра на равностранен триъгълник с лице 80 кв. см. Колко квадратни сантиметри е най-малкото възможно лице, което може да има една от частите на триъгълника, получена при разделянето с правата?