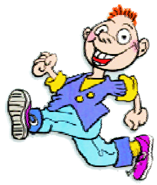
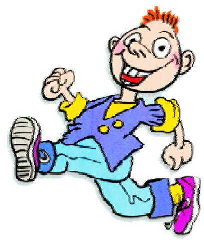
Учебен център Регалия



Учебен център • Издателство • Всичко за матурите • Е-обучение • За нас

Учебен център "Регалия" организира:



- целогодишни курсове за подготовка за зрелостни и кандидатстудентски изпити;
- целогодишни курсове за кандидатстване в езикови и профилирани гимназии по български език и математика;
- пробни изпити за кандидатстване след 7. клас;
- курсове за текуща подготовка по български език и математика за 6. клас.

На интернет страницата на Учебния център
http://www.regalia6.com
може да намерите:

тестове за външно оценяване за 4. клас

тестове за външно оценяване за 5. клас

тестове за външно оценяване за 6. клас

тестове за външно оценяване и кандидатстване след 7. клас

конкурсни изпити за кандидатстване след 7. клас

задачи от национални състезания за 7. клас

примерни тестове за ЕПИ на УНСС

тестове за зрелостни изпити

връзки към средни училища в София

връзки към висши училища в България

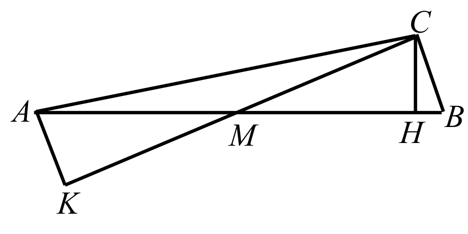
и още много полезна информация.

27. Асен отишъл на гости при своя приятел Васил от 11-ия етаж на жилищния блок, в който живеят и двамата. Когато решил да се прибира, той тръгнал нагоре по стълбите вместо надолу към своя етаж. Стигнал до последния етаж на блока и забелязвайки, че се е объркал, тръгнал обратно за дома си. По този начин Асен изминал 1,4 пъти по-голямо разстояние от необходимото да се прибере направо у дома. Колко етажен е жилищният блок на Асен и Васил, ако 5-ият, 6-ият и 7-ият етаж в него са отделени за административни помещения и на тези етажи няма живущи?

А) 12 **Б)** 13 **В)** 14 **Г)** повече от 14

Отг. Б). Ако Асен живее x етажа по-надолу от Васил, той е изминал разстоянието между $1,4x$ етажа, за да се прибере у дома. Тогава разстоянието между 11-ия и последния етаж на блока е $\frac{1,4x-x}{2}=0,2x=\frac{x}{5}$ етажа. Тъй като $\frac{x}{5}$ е цяло число, то една от възможностите е $\frac{x}{5}=1$, откъдето $x=5$. Това означава, че Асен живее на 6-ия етаж, което е невъзможно, защото по условие на този етаж се намират административни помещения. Ако $\frac{x}{5}=2$, то $x=10$. Следователно блокът е 13-етажен и Асен живее на първия етаж. Ако $\frac{x}{5}\geq 3$, то $x\geq 15$, което е невъзможно, защото преди 11-ия етаж няма толкова много етажи (повече от 15). Единствената възможност е блокът да е 13-етажен.

28. Даден е правоъгълен ΔABC ($\angle ACB=90^0$), в който $AC>BC$. Ако дължината на височината към хипотенузата AB е 6 см и M е средата на AB, то дължината в сантиметри на височината в ΔAMC от върха A е равна на:



Решение: **Отг. 6 см).** Нека $H\in AB$ и $K\in CM$ са петите на височините от върховете C и A съответно в триъгълниците ABC и AMC. Тъй като медианата към хипотенузата в правоъгълния триъгълник е половината от хипотенузата, то $AM=CM$. Тогава $\Delta AMK\cong\Delta CMH$ по II признак и $AK=CH=6$ см.

30. Иванчо живее в 10-етажна сграда. Асансьорът в сградата се движи с една и съща постоянна скорост нагоре и надолу. Иванчо слиза с него за 20 сек. от етажа, на който живее, а се качва за 24 сек., защото не успява да стигне бутона на своя етаж и слизайки на по-долен етаж, изминава оставащото разстояние по стълбите до вкъщи с 2 пъти по-малка скорост от тази на асансьора. На кой етаж живее Иванчо?

А) осми **Б)** седми **В)** шести **Г)** пети

Решение: **Отг. В).** Нека x е разстоянието между няколко етажа, което асансьорът минава за време, два пъти по-малко, отколкото времето, за което Иванчо преодолява по стълбите пеша след като слезе от асансьора. От друга страна времето пеша е с $24-20=4$ сек. повече, отколкото времето t на асансьора за разтоянието x. Следователно за времето пеша на Иванчо е вярно равенството $t+4=2t$. От където намираме че времето на асансьора $t=4$ сек. за разтоянието x. Тъй като за слизане с асансьора са необходими 20 сек., а 4 сек. са $\frac{1}{5}$ от 20 сек., то x е $\frac{1}{5}$ от разстоянието от дома на Иванчо до първия етаж. Ако тази $\frac{1}{5}$ част е 2 или повече етажа в сградата, то между I етаж и етажа, на който живее Иванчо, би имало 10 или повече етажи. Но това е невъзможно, защото сградата е 10-етажна. Заключаваме, че тази $\frac{1}{5}$ част е точно разстоянието между два съседни етажа. Това означава, че с асансьора Иванчо слиза на петия етаж (4.4=16 сек.) и продължава пеш един етаж нагоре (8 сек.). Така установяваме, че Иванчо живее на шестия етаж.

Задачата може да се реши и само като се съобрази кои са делителите на 20 и се отчете, че разстоянията между етажите са с 1 по малко от броя на етажите.

32. Средноаритметичното на годините на майката, бащата и трите деца в едно семейство е 21 години, а средноаритметичното на годините на трите деца е 11 години. На колко години е бащата, ако той е с 4 години по-възрастен от майката?

Решение: **Отг. Г).** Сборът от годините на децата е $3.11=33$. Ако означим с x годините на бащата, то майката е на $x-4$ години и от условието получаваме $\frac{x+(x-4)+33}{5}=21$.

Оттук $x=38$ години.

33. Всяка от отсечките $a = 5\ dm$, $b = 7\ dm$ и $c = 9\ dm$ е страна или височина на даден успоредник. Възможно най-голямото лице на успоредника в квадратни дециметри е:

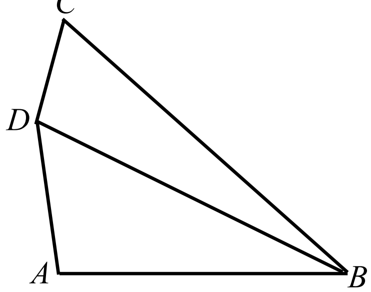
А) 21 Б) 35 В) 45 В) 63

Решение: **Отг. Г)** Ако допуснем , че две от отсечките са страни, то най-голямо лице може да се получи при страна 9 дм. и височина към нея 5 дм. Ако допуснем, че две от отсечките са височини 7 дм. и 5 дм., то най-голямо лице може да се получи при страна 9 дм. и височина към нея 7 дм. Ако височините са 9 дм. и 5 дм,, то отново възможно най-голямото лице е 63 кв.дм. при страна 7 дм., към която е спусната височина от 9 дм. Т. е. възможно най-голямото лице на успоредника се получава от 9.7=63 . Верният отговор е **Г)**.

34. На един остров живеят рицари, които винаги казват истината, и лъжци, които винаги лъжат. Част от жителите твърдят, че броят на рицарите на острова е четно число, а останалите твърдят, че броят на лъжците на острова е нечетно число. Кое от посочените числа **НЕ** може да е броят на жителите на този остров?

Решение: **Отг. Б).** Ако двама от жителите изказват едно и също твърдение, то двамата са едновременно рицари или лъжци. Оттук следва, че са възможни два случая: първото твърдение да е изказано от рицарите на острова, а второто – от лъжците или първото твърдение да е изказано от лъжците на острова, а второто – от рицарите. В първия случай броят на рицарите е четно число и броят на лъжците е също четно число. Във втория случай броят на рицарите е нечетно число и броят на лъжците е също е нечетно число. Общият брой на жителите и в двата случая е четно число (четно + четно = четно и нечетно + нечетно = четно). От посочените числа само числото **35** в **Б)** е нечетно.

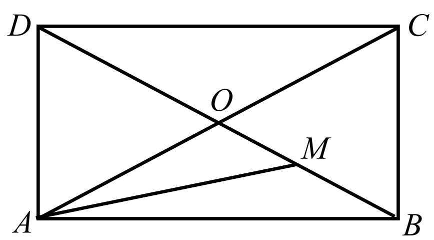
35. Даден е четириъгълник $ABCD$ със страни $AB = 8$ см, $BC = 16$ см, $CD = 4$ см и $AD = 6$ см. Намерете дължината на диагонала BD, ако тя е цяло число сантиметри.



Решение: **Отг. 13 см.** От неравенството на триъгълника за ΔABD следва, че $BD < 14$ см, а от същото неравенство за ΔDBC – съответно, че $BD > 12$ см. Единственото цяло число между 12 и 14 е 13, откъдето заключаваме, че $BD = 13$ см.

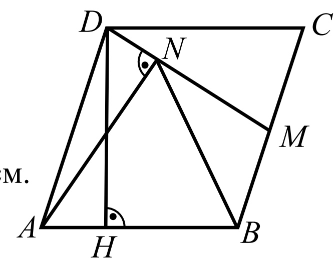
36. Г) От условието следва, че карамфилите и лалетата са съответно на лехи с номера 2 и 4. Нека карамфилите са на леха 2, а лалетата са на леха 4. Тъй като карамфилите са единствения съсед на герберите, то герберите са в леха с номер 1. Розите не бива да са до карамфилите и следователно са в леха с номер 5. За хризантемите остава леха с номер 3. Ако лалетата са в леха с номер 2, а карамфилите са в леха с номер 4, то те могат да са единствен съсед на герберите, ако герберите са в леха с номер 5. До карамфилите не са розите и тогава розите са в леха 1. За хризантемите отново остава леха номер 3.

38. Диагоналите на правоъгълника $ABCD$ се пресичат в точка O. Ако точката M е средата на отсечката BO, то колко процента е лицето на ΔAMO от лицето на правоъгълника?



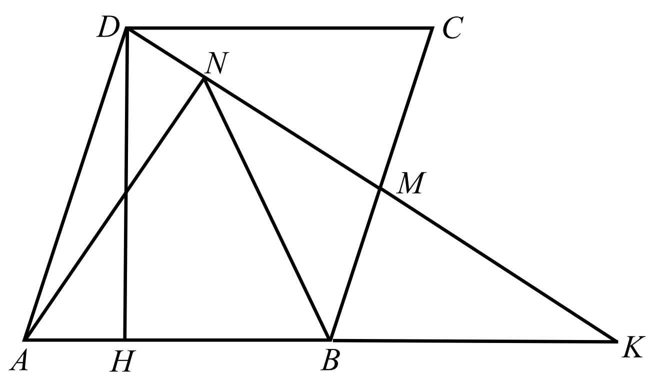
Решение: **Отг. А).** Ще използваме, че медианата в един триъгълник разделя триъгълника на два равнолицеви триъгълника. Тъй като AM е медиана в ΔABO и BO е медиана в ΔABC, то $S_{AMO} = \frac{1}{2}S_{ABO} = \frac{1}{4}S_{ABC} = \frac{1}{8}S_{ABCD}$. Тогава $\frac{S_{AMO}}{S_{ABCD}} = \frac{1}{8} = 12{,}5\%$.

40. Даден е успоредник $ABCD$ с височина $DH = 6$ см ($H \in AB$). Нека M е средата на страната BC и $AN \perp DM$ ($N \in DM$). Да се намери лицето на успоредника в квадратни сантиметри, ако $BN = 4{,}4$ см.



А) 26,4 **Б)** 22,4 **В)** 18,8 **Г)** 16,4

Решение:



Нека K е пресечната точка на правите AB и DM. Тъй като триъгълниците DMC и KMB са еднакви по II признак, то $BK = CD = AB$. Следователно NB е медиана в правоъгълния ΔAKN и $AB = BN = 4,4$ см, откъдето $S_{ABCD} = AB.DH = 4,4.6 = 26,4$ кв. см.

41. В една област има 3 града: А, Б и В. Жителите на А винаги казват истината, жителите на Б винаги лъжат, а жителите на В – ако веднъж са излъгали, следващия път задължително казват истината, а ако са казали истината, следващия път задължително лъжат. В един от градовете избухнал пожар и жител от областта провел следния разговор с дежурния на единствената пожарна:

- В нашия град има пожар!
- Къде е пожарът?
- В град В.

За кой от градовете трябвало да се отправи пожарната?

А) *А* Б) *Б* В) *В* Г) не може да се определи

Решение: Отг.А) Жителят, който се обадил за пожара изказал 2 твърдения « В нашия град има пожар» и « Пожарът е в град В». Обадилият се не е жител на А, защото двете твърдения са противоречиви. Той не може да е и жител на В, защото двете твърдения са верни, а това противоречи на условието. Ако сигнализиралият за пожара е жител на Б, то от първото твърдение следва, че пожарът не е във град Б, а от второто твърдение следва, че и в град В няма пожар. Следователно единствено възможно е обаждането да е от жител на град Б и пожарът да е в град А.

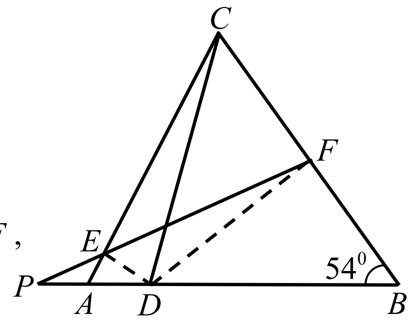
42. В парламентарни избори на една държава участвали всички пълнолетни граждани, които са гласували за регистрираните партии. Гласувалите за партията на математиците обичат математиката, а 80% от гласувалите за останалите партии не обичат математиката. Най-малко колко процента са гласували за партията на математиците, ако точно 52% от пълнолетните жители на тази държава обичат математиката?

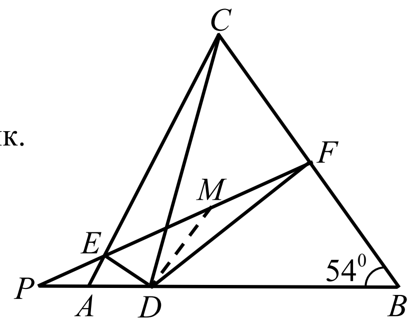
А) 35% Б) 52% В) 42% Г) 40%

Решение: Отг.Г) Ако означим с P броя на пълнолетните жители, а с M – броя на гласувалите за партията на математиците, то гласувалите за останалите партии са

$P-M$. Тези, които обичат математиката са $0,52P$, а тези, които не обичат математиката са $0,48P$. От неравенството $0,8(P-M)\geq 0,48P$ намираме, че $\frac{M}{P}\leq\frac{2}{5}$. Това означава, че партията на математиците е събрала най-малко $\frac{2}{5}.100=40\%$ от всички гласове.

43. Даден е ΔABC, в който $AB>AC$ и $\angle ABC=54^0$. Точката D е от страната AB така, че $CD=BD$, а ъглополовящите на ъглите ADC и BDC пресичат страните AC и BC съответно в точките E и F. Ако правата EF пресича правата AB в точка P и $2PD=EF$, да се намери градусната мярка на $\angle PED$.





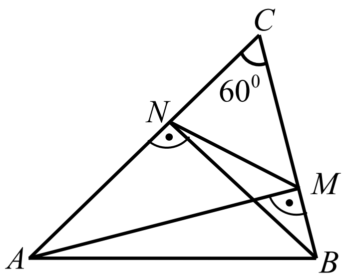
Решение: **Отг. Б)** Тъй като DF е ъглополовяща в равнобедрения ΔCBD ($CD=BD$ по условие), то DF е и височина в този триъгълник. Заключаваме, че $\angle DFB=90^0$. Освен това $\angle EDF=90^0$, защото раменете му са ъглополовящи на съседни ъгли. Ако M е средата на хипотенузата EF в правоъгълния ΔEFD, то $DM=\frac{1}{2}EF$ (медиана към хипотенузата в правоъгълен триъгълник) и отусловието следва, че $PD=DM$. Следователно ΔMPD е равнобедрен и заключаваме, че ако $\angle MFD=x$, то $\angle DPE=\angle PMD=2\angle MFD=2x$. Тогава от ΔPBF получаваме $2x+x+90^0+54^0=180^0$, откъдето $x=12^0$. Тъй като $\angle PED$ е външен за ΔEFD, то $\angle PED=90^0+12^0=102^0$.

44. Ася и Ваня купили по една кутия с един и същ брой пликчета с боя за яйца. С едно пликче могат да се боядисат 5 или 6 яйца. За празника в училище Ася боядисала 154 яйца с всички свои пликчета, а Ваня – 175 яйца, като също употребила всичките си пликчета. По колко пликчета има в една кутия?

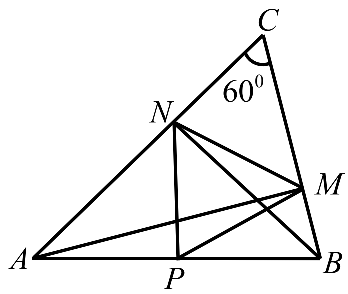
А) по-малко от 26 **Б)** 26 **В)** 30 **Г)** повече от 30

Решение: **Отг. В).** Ако пликчетата в една кутия са по-малко от 30, т.е. най-много 29, то Ваня би боядисала най-много $29.6=174$ яйца. Но тя е боядисала 175 яйца и следователно пликчетата са поне 30. Ако броят на пликчетата в една кутия е по-голям от 30, т.е. ако той е поне 31, то Ася би боядисала поне $31.5 = 155$ яйца. Но тя е боядисала 154 и следователно пликчетата са най-много 30. Така заключаваме, че всяка кутия съдържа точно 30 пликчета.

46. Даден е остроъгълен ΔABC с $\angle ACB = 60^0$. Да се намери периметърът на ΔABC в сантиметри, ако периметърът на ΔNMC е 11 см, където AM ($M \in BC$) и BN ($N \in AC$) са височините съответно към страните BC и AC в ΔABC.



Решение:**А)**



Ако P е средата на страната AB, то MP и NP са медиани съответно в правоъгълните триъгълници ABM и ABN, откъдето имаме, че $MP = NP = \frac{1}{2}AB$. От друга страна $\angle NPM = 180^0 - (\angle APN + \angle BPM)$. Но триъгълниците APN и BPM са равнобедрени ($AP = NP$ и $BP = MP$) и оттук $\angle APN = 180^0 - 2\angle BAC$ и $\angle BPM = 180^0 - 2\angle ABC$. Тогава

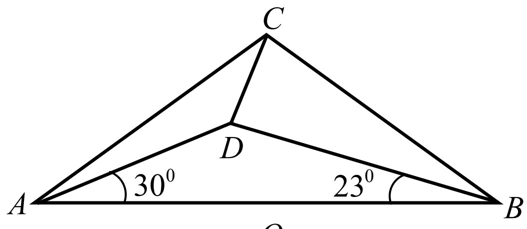
$$\angle NPM = 180^0 - (180^0 - 2\angle BAC + 180^0 - 2\angle ABC) =$$

$$= 180^0 - (360^0 - 2(180^0 - \angle ACB)) = 180^0 - 2\angle ACB = 180^0 - 120^0 = 60^0.$$

Получаваме, че един от ъглите в равнобедрения ΔPMN е равен на 60^0, откъдето следва, че този триъгълник е равностранен и в частност $NM = \frac{1}{2}AB$. В ΔAMC катетът

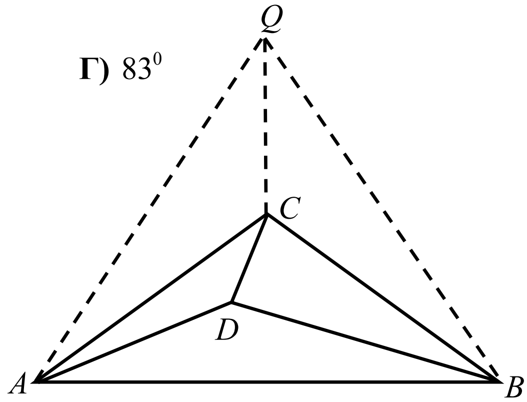
CM е срещу ъгъл от 30^0, така че $CM = \frac{1}{2}AC$. Аналогично $CN = \frac{1}{2}BC$ и следователно $11 = NM + CM + CN = \frac{1}{2}(AB + AC + BC)$. Тогава периметърът на ΔABC е $2.11 = 22$ см.

49. Даден е равнобедрен ΔABC ($AC = BC$) с $\angle ACB = 106^0$. Точката D е във вътрешността на триъгълника така, че $\angle DAB = 30^0$ и $\angle ABD = 23^0$. Да се намери мярката на $\angle BDC$.



А) 90^0 **Б)** 87^0 **В)** 85^0 **Г)** 83^0

Решение: **Отговор Г).**



Тъй като $\angle ACB = 106^0$, то $\angle BAC = \angle ABC = \frac{1}{2}(180^0 - 106^0) = 37^0$. Нека Q е точка в същата полуравнина спрямо AB, както и C така, че ΔABQ е равностранен. Тогава $\angle QBC = \angle ABQ - \angle ABC = 60^0 - 37^0 = 23^0 = \angle ABD$. От друга страна, $\Delta CBQ \cong \Delta CAQ$ по III признак, откъдето $\angle CQB = \angle CQA = 30^0$ и получаваме, че $\angle DAB = \angle CQB$. Следователно $\Delta ABD \cong \Delta QBC$ по II признак и заключаваме, че $BD = BC$, т.е. ΔCDB е равнобедрен и $\angle BDC = \angle BCD = \frac{1}{2}(180^0 - 14^0) = 83^0$.

50. Върху стените на кубче са записани точно по веднъж числата от 1 до 6. Ако една от стените е избрана за основа и кубчето е поставено на нея, то сумата на числата върху околните стени е 13. При друг избор на основа сумата на числата върху околните стени става 12. Кое е числото върху стената, която е противоположна на стената с числото 1?

А) 2 **Б)** 3 **В)** 4 или 5 **Г)** 6

Решение: **Отг. Б).** Сумата на числата от 1 до 6 е 21. След като при първия избор на основа сумата на числата върху околните стени е 13, то сумата на числата върху двете основи (долна и горна) е $21 - 13 = 8$. Съществуват две възможности за сумата на числата върху тези противоположни стени: 2 и 6 или 3 и 5. Да предположим, че 3 и 5 са върху двете основи. От втория избор следва, че сумата на числата върху две противоположни стени (двете нови основи) е $21-12=9$. Това се реализира в два случая: 3 и 6 или 4 и 5. Във всеки от тези два случая участва или 3, или 5, откъдето заключаваме, че 3 и 5 не могат да са върху противоположни стени. Остава втората възможност от първия избор, а именно, че 2 и 6 са върху противоположни стени. Тогава единствената възможност от втория избор на основа е 5 и 4 да са върху противоположни стени. Следователно оставащите две числа 1 и 3 са също върху противоположни стени.