МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА

НАЦИОНАЛНО ВЪНШНО ОЦЕНЯВАНЕ ПО МАТЕМАТИКА – VII КЛАС
17 юни 2020 г.

Вариант 2

КЛЮЧ С ВЕРНИТЕ ОТГОВОРИ

№ на задача	**Отговор**	**Брой точки**
1	Г	2
2	Б	2
3	Г	3
4	А	3
5	В	2
6	А	2
7	Г	3
8	Г	3
9	В	3
10	Б	3
11	А	3
12	В	3
13	В	3
14	В	3
15	А	3
16	Б	3
17	Б	3
18	Б	3
19	**Общ брой точки:**	**8 точки, от които:**
19А)	500	**2 точки**
19Б)	8 (или 8 пъти)	**2 точки**
19В)	30% или 30	**2 точки**

19Г)	$\frac{7}{50}$	**2 точки**
20	**Общ брой точки:**	**7 точки, от които:**
20А)	$\sphericalangle MOQ=60^\circ$	**1 точка**
20Б)	$\sphericalangle MON=30^\circ$	**1 точка**
20В)	ΔNOQ е правоъгълен и равнобедрен	**2 точки**
20Г)	$\sphericalangle ONQ=45^\circ$	**1 точка**
20Д)	$S_{\Delta NOQ}=2\ \text{cm}^2$	**2 точки**
21	**Общ брой точки:**	**12 точки, от които:**
21А)	$x=1$	**5 точки**
21Б)	$x_1=1$ и $x_2=-3$	**2 точки**
21В)	$x_1=1$ и $x_2=-3$	**4 точки**
21Г)	$(2)\Leftrightarrow(3)$	**1 точка**
22	**Общ брой точки:**	**12 точки, от които:**
22А)	$S_1=100.\frac{x+15}{8}=\frac{25(x+15)}{2}$, където S_1 е пътят, който е изминал автомобилът на Стоян.	**3 точки**
22Б)	$S_2=100.\frac{2x-10}{12}=\frac{25(2x-10)}{3}$, където S_2 е пътят, който е изминал автомобилът на Иван.	**3 точки**
22В)	58 L	**4 точки**
22Г)	S_1 = 550 km – пътят, който е изминал автомобилът на Стоян	**2 точки**
23	**Общ брой точки:**	**11 точки, от които:**
23А)	$\sphericalangle BAC=30^\circ, \sphericalangle ABC=105^\circ$ и $\sphericalangle ACB=45^\circ$	**3 точки**
23Б)	Виж примерно решение на зад. 23	**5,5 точки**
23В)	Виж примерно решение на зад. 23	**0,5 точки**
23Г)	$P_{BCMK}=12\,\text{cm}$	**2 точки**

Задача 21. *Примерно решение*:

А) (1) $\frac{2}{3}\left(x-\frac{x-1}{5}\right)-\frac{(x-2)^2}{5}=\frac{x(10-3x)}{15}\Leftrightarrow$

$$\frac{2}{3}\left(x-\frac{x-1}{5}\right)-\frac{x^2-4x+4}{5}=\frac{10x-3x^2}{15} \Leftrightarrow$$

$$\frac{2}{3}x-\frac{2x-2}{15}-\frac{x^2-4x+4}{5}=\frac{10x-3x^2}{15} \Leftrightarrow$$

$$5.2x-(2x-2)-3\left(x^2-4x+4\right)=10x-3x^2 \Leftrightarrow$$

$$10x-2x+2-3x^2+12x-12=10x-3x^2 \Leftrightarrow$$

$$\cancel{10x}-2x+2\cancel{-3x^2}+12x-12=\cancel{10x}\cancel{-3x^2} \Leftrightarrow 10\,x=10$$

Корен на уравнението е числото 1.

Б) $(2)\quad |x+1|=2 \Leftrightarrow x+1=2$ или $x+1=-2$

Корените на уравнението (2) са $x_1=1$ и $x_2=-3$.

В) Допълваме двучлена x^2+2x до точен квадрат и представяме лявата страна на уравнението (3) във вида $x^2+2x+1-1-3=0$ (или във вида $x^2+2x+1-4=0$). Тогава $\left(x^2+2x+1\right)-2^2=0 \Leftrightarrow (x+1)^2-2^2=0 \Leftrightarrow (x+1-2)(x+1+2)=0 \Leftrightarrow (x-1)(x+3)=0$.

Или представяме лявата страна на уравнението във вида $x^2+3x-x-3=0$.

$x^2+3x-x-3=0 \Leftrightarrow x(x+3)-(x+3)=0 \Leftrightarrow (x-1)(x+3)=0.$

Корените на последното уравнение, а оттам и на уравнението (3), са $x_1=1$ и $x_2=-3$.

Г) От намерените корени на трите уравнения следва, че второто и третото уравнение имат еднакъв брой еднакви корени $x_1=1$ и $x_2=-3$. Следователно уравнението (2) е еквивалентно на уравнението (3).

Задача 22. *Примерно решение:*

А) След като в петък долял 15 L гориво, в събота Стоян имал в резервоара на автомобила си $(x+15)$ L. Нека приемем, че пътят, който е изминал Стоян с автомобила си с наличното гориво $(x+15)$ L, е S_1. Тъй като той изминава 100 km с 8 L, то изразяваме по два начина литрите гориво, които се изразходват за 1 km, приравняваме ги $\frac{x+15}{S_1}=\frac{8}{100}$ и получаваме

$$S_1=100.\frac{x+15}{8}=\frac{25(x+15)}{2}.$$

Б) В четвъртък Иван имал в резервоара на автомобила си $2x$ L гориво. След като изразходвал в петък 10 L, то в събота в резервоара на автомобила му имало $(2x-10)$ L. Нека приемем, че пътят, който е изминал Иван с автомобила си с наличното гориво $(2x-10)$ L, е S_2. Тъй като той изминава 100 km с 12 L, то изразяваме по два начина литрите гориво, които се изразходват за 1 km, приравняваме ги $\frac{2x-10}{S_2}=\frac{12}{100}$ и получаваме $S_2=100.\frac{2x-10}{12}=\frac{25(2x-10)}{3}$.

В) За да намерим количеството гориво в четвъртък в резервоара на автомобила на Иван сравняваме пътищата, които могат да изминат автомобилите на двамата братя, т.е. $S_2+150=S_1$ или $S_2=S_1-150$.

Решаваме уравнението $\frac{25(2x-10)}{3}+150=\frac{25(x+15)}{2} \Leftrightarrow 25.2(2x-10)+150.6=25.3(x+15)$

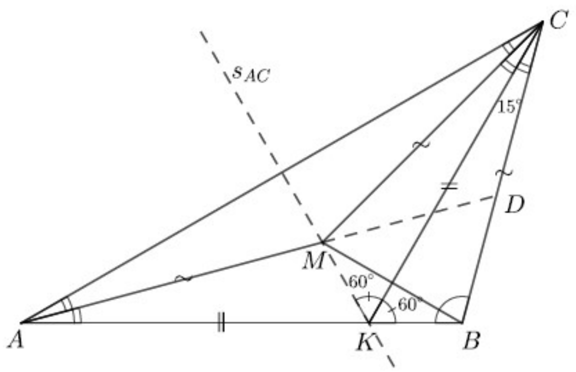
$\Leftrightarrow 100x-500+900=75x+1125 \Leftrightarrow 25x=725 \Leftrightarrow x=29.$

Количеството гориво в резервоара на автомобила на Стоян в четвъртък е 29 L, а в резервоара на автомобила на Иван е 58 L.

Г) Заместваме x с 29 във формулата за изминатия път $S_1=\frac{25(29+15)}{2}=550$ и получаваме, че пътят, който е изминал Стоян с автомобила си, е 550 km.

Задача 23. *Примерно решение:*

А) Нека градусните мерки на ъглите на триъгълника са съответно $\sphericalangle CAB=2x$, $\sphericalangle CBA=7x$ и $\sphericalangle ACB=3x$. Прилагаме теоремата за сбор на ъглите в триъгълник и получаваме, че $2x+3x+7x=180°$, $x=15°$, $\sphericalangle BAC=30°$, $\sphericalangle ABC=105°$ и $\sphericalangle ACB=45°$.



Б) Тъй като $M\in s_{AC}$ и $K\in s_{AC}$, то $CM=AM$ и $AK=KC$.

От свойствата на ъглополовящата на ъгъл и на равнобедрените ΔAMC и ΔAKC следва, че $\sphericalangle MAC=\sphericalangle MAB=\sphericalangle ACM=\sphericalangle MCK=15°$. Следователно $\sphericalangle BCK=\sphericalangle BCA-\sphericalangle KCA=15°$. Тъй като MK лежи и на симетралата на AC и на ъглополовящата в ΔAKC, то $\sphericalangle AKM=\sphericalangle CKM=\frac{1}{2}\sphericalangle AKC=\frac{180°-4.15°}{2}=60°$.

Следователно $\sphericalangle BKC=180°-\sphericalangle AKC=60°$ (или $\sphericalangle BKC$ е външен за ΔAKC и $\sphericalangle BKC=30°+30°=60°$).

Тъй като $\sphericalangle BKM = 180° - \sphericalangle AKM = 180° - 60° = 120°$ и $\sphericalangle MKC = 60°$, то $\Delta KMC \cong \Delta KBC$ по втори признак за еднаквост:

(1) $\sphericalangle MCK = \sphericalangle BCK = 15°$ (по доказателство);

2) $\sphericalangle MKC = \sphericalangle BKC = 60°$ (по доказателство);

3) $CK -$ обща страна.

В) От еднаквостта на триъгълниците ΔKMC и ΔKBC следва, че $BK = MK$ и $CB = CM$, откъдето следва, че $\triangle BMC$ е равнобедрен.

Г) По условие $AM + MK = 6$ cm, а по доказателство $CM = AM$, $CB = CM$ и $BK = MK$.

Следователно $P_{BCMK} = (CM + MK) + (CB + BK) = (CM + MK) + (CM + MK) = 2(CM + MK)$

т.е. $P_{BCMK} = 2(CM + MK) = 2(AM + MK) = 2.6 = 12$

Получаваме, че $P_{BCMK} = 12$ cm.