

МОДЕЛ
НА НАЦИОНАЛНОТО ВЪНШНО ОЦЕНЯВАНЕ
ПО МАТЕМАТИКА В X КЛАС
ЗА УЧЕБНАТА 2022 – 2023 ГОДИНА

1. Цели на НВО в X клас съгласно чл. 44, ал. 1 от Наредба № 11 за оценяване на резултатите от обучението на учениците:

- диагностика на индивидуалния напредък и на образователните потребности на учениците от X клас;
- мониторинг на образователния процес за прилагане на политики и мерки, насочени към подобряване на качеството на образованието;
- установяване на степента на постигане на отделни очаквани резултати от обучението по математика, определени в учебната програма за съответния клас от първия гимназиален етап;
- установяване на степента на постигане на отделни очаквани резултати от обучението по математика, определени в държавния образователен стандарт за общообразователна подготовка, в края на първи гимназиален етап;
- измерване на степента на постигане на отделни компетентности, свързани с математиката и математическата грамотност, придобити в класовете от първия гимназиален етап.

2. Вид и времетраене на изпита:

- Изпитът от НВО е писмен.
- Равнището на компетентностите се проверява писмено чрез тест с общо 17 задачи.
- Времетраенето е 90 минути (два слети учебни часа), а за учениците със специални образователни потребности – до 30 минути допълнително над определеното време.

3. Учебно съдържание:

Системата от задачи по математика се определя от задължителното учебно съдържание, съгласно утвърдените учебни програми по математика от VIII до X клас като се прилагат знанията и уменията, придобити в обучението до X клас включително.

Оценявани знания, умения и отношения (според ДОС за общообразователна подготовка)
Познава реалните числа и умее да ги изобразява върху реалната права, сравнява ирационални числа, записани с квадратен корен и извършва операции с тях. Решава квадратни уравнения по формулата за намиране на корените им и прилага формулите за връзка между корени и коефициенти на квадратно уравнение. Извършва тъждествени преобразувания на рационални и ирационални изрази (съдържащи квадратни корени).
Решава: – рационални уравнения, свеждащи се до линейни или квадратни;

- рационални неравенства без параметър, включително и по метода на интервалите;
- системи уравнения от първа и втора степен с две неизвестни без параметър чрез заместване или събиране;
- системи линейни неравенства с едно неизвестно без параметър;
- ирационални уравнения без параметър, записани с квадратни корени, съдържащи до два радикала.

Знае основните равнинни геометрични фигури: триъгълник, четириъгълник, правилен многоъгълник и окръжност, основните забележителни точки в триъгълник, взаимното положение на прави и окръжности и може да прилага техните свойства.

Знае признаците за подобни триъгълници и умее да ги прилага.

Знае:

- метрични зависимости в правоъгълен триъгълник и умее да го решава;
- синусова и косинусова теорема;

Умее да решава произволен триъгълник, правоъгълен и равнобедрен трапец, успоредник.

Определя по вид и намира ъгли, свързани с окръжност, познава вписани и описани многоъгълници, прилага метрични зависимости в окръжност.

Познава успоредност и перпендикулярност между прави и равнини в пространството и умее да ги прилага за намиране на елементи на права призма, пирамида, цилиндър, конус, сфера и кълбо.

Знае:

- понятието числова функция, начини на задаване;
- понятията линейна и квадратна функция;
- свойствата на линейната и на квадратната функция (монотонност, най-голяма и най-малка стойност)

Умее да построява графики на линейна и квадратна функция.

Пресмята стойности на:

- изучените рационални функции и на аргумента им;
- тригонометрични функции при зададен аргумент и на аргумента при зададена стойност на тригонометричната функция (за ъглите 30° , 45° , 60°).

Прилага формулите за:

- лица на равнинни фигури;
- лица на повърхнини и обеми на права призма, пирамида, цилиндър, конус, сфера и кълбо.

Конструира числова редица по дадено правило, знае аритметична и геометрична прогресия и техните свойства, решава практически задачи, свързани със сложна лихва.

Разбира на конкретно ниво смисъла на логическите съюзи „и“, „или“, „ако..., то...“, отрицанието „не“ и на релациите „следва“ и „еквивалентност“.

Разбира на конкретно ниво смисъла на понятията „за всяко“, „съществува“, „необходимо условие“, „достатъчно условие“ и „необходимо и достатъчно условие“.

Прилага метода на еквивалентните преобразувания при решаване на уравнения, неравенства и системи.

Разграничава еквивалентни от нееквивалентни преобразувания при решаване на ирационални уравнения.

Умее да конкретизира общовалидно твърдение и обосновава невярност на твърдение с контрапример.

Образува на конкретно ниво отрицание на твърдение.

Преценява вярност, рационалност и целесъобразност при избор в конкретна ситуация и обосновава изводи.

Умее да декомпозира стереометрична задача на планиметрични.

Знае понятието множество, операции и релации, свързани с него, умее да ги прилага в практически задачи.

Разграничава съединения без повторение в конкретна ситуация и ги пресмята по правилото за събиране, по правилото за умножение на възможности или по съответните формули.

Знае понятието класическа вероятност и умее да пресмята класическа вероятност в практически задачи.

Умее да намира сечение/обединение на множества и допълнение и подмножество на дадено множество.

Знае понятията генерална съвкупност и извадка.

Умее да намира централните тенденции в данни – мода, медиана, средноаритметично.

Разчита, интерпретира и оценява информация, представена с графики, с таблици или с диаграми.

Знае понятието вектор, операциите събиране и изваждане на вектори, умножение на вектор с число.

Моделира:

– с квадратна функция;

– с уравнения, свеждащи се до квадратни;

– с дробни уравнения;

– със система уравнения от първа или втора степен с две неизвестни.

Оценява съдържателно получен резултат, коректност на аргументи и ги интерпретира; предвижда в определени рамки очакван от моделирането резултат.

Моделира процеси с прогресия.

Моделира с пермутации, комбинации и вариации

4. Видове и брой задачи:

–15 задачи с избираем отговор, с четири възможни отговора, от които точно един е правилният;

–2 задачи с разширен свободен отговор за решаването на които ученикът представя в писмен вид необходимите обосновки.

**Представените задачи са само примерни и не следва да се възприемат като типови задачи, които задължително ще се включват във всеки тестов вариант за НВО в края на X клас. Проверяваните знания и умения ще са съобразени с отделни очаквани резултати от ДОС за общообразователна подготовка и от учебните програми, като формулировките на съответните тестови задачи няма да следват един и същ типизиран модел и ще предполагат вариативност.*

4.1. Примерни задачи с избираем отговор, от които само един е верен:

1. Ако x_1 и x_2 са корените на уравнението $7x^2 - 21x - 2 = 0$, то стойността на израза $x_1x_2(x_1 + x_2)$ е:

А) -42

Б) $-\frac{21}{2}$

В) $-\frac{6}{7}$

Г) $\frac{6}{7}$

2. Разпределението на учениците, които получават стипендии в един клас, е както следва:

Брой ученици	5	3	2	2
Стипендия (в лева)	25	30	35	40

Модата на данните от таблицата е:

А) 25

Б) 30

В) 35

Г) 40

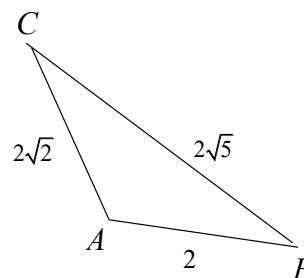
3. Страните на $\triangle ABC$ са $AB = 2$ cm, $AC = 2\sqrt{2}$ cm, $BC = 2\sqrt{5}$ cm. Мяжката на $\sphericalangle BAC$ е:

А) 45°

Б) 90°

В) 120°

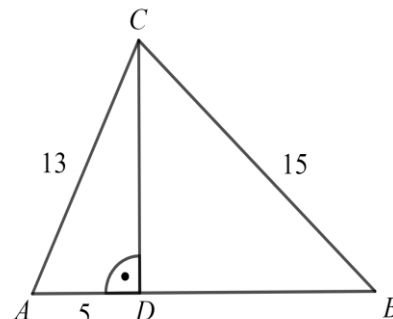
Г) 135°



4.2. Примерна задача с разширен свободен отговор решението, на която се представя в писмен вид и необходимите обосновки:

1. За остроъгълния $\triangle ABC$ е дадено, че $AC = 13$ cm и $BC = 15$ cm. Ако CD е височина ($D \in AB$) и $AD = 5$ cm, намерете:

- А) периметъра на $\triangle ABC$;
- Б) лицето на $\triangle ABC$;
- В) радиуса на описаната около $\triangle ABC$ окръжност;
- Г) радиуса на вписаната в $\triangle ABC$ окръжност.



* (Примерните задачи са от НВО през 2022 г.)

Учениците могат да ползват листове с формули.

5. Оценяване

Оценяването се осъществява по критерии, като всяка тестова задача носи брой точки, съобразен с познавателното равнище, спецификата и трудността ѝ.

Оценките от националното външно оценяване в края на X клас се изразяват само с количествени показатели – в брой точки, без да се приравняват към оценки.

Максималният брой точки от изпита е 100 т.

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА

МАТЕМАТИКА X КЛАС

ФОРМУЛИ

Квадратно уравнение

$$ax^2 + bx + c = 0, \quad a \neq 0$$

$$D = b^2 - 4ac$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} \quad \text{при } D \geq 0$$

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$$

$$\text{Формули на Виет: } x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \quad x_1 x_2 = \frac{c}{a}$$

Квадратна функция

Графиката на $y = ax^2 + bx + c, a \neq 0$ е парабола с връх точката $\left(-\frac{b}{2a}; -\frac{D}{4a}\right)$

Квадратни корени

$$\sqrt{a^{2k}} = |a^k| \quad \text{при } k \in \mathbb{N}; \quad \sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b}, \quad a \geq 0, b \geq 0; \quad \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}, \quad a \geq 0, b > 0$$

$$a\sqrt{b} = \sqrt{a^2b}, \quad a \geq 0, b \geq 0; \quad \sqrt{a^2b} = |a|\sqrt{b}, \quad a \in \mathbb{R}, b \geq 0$$

Комбинаторика

Брой на пермутациите на n елемента:

$$P_n = n \cdot (n-1) \cdot \dots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = n!$$

Брой на вариациите на n елемента k -ти клас:

$$V_n^k = n \cdot (n-1) \cdot \dots \cdot (n-k+1)$$

Брой на комбинациите на n елемента k -ти клас:

$$C_n^k = \frac{V_n^k}{P_k} = \frac{n \cdot (n-1) \cdot \dots \cdot (n-k+1)}{k \cdot (k-1) \cdot \dots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}$$

Вероятност за настъпване на събитието A :

$$p(A) = \frac{\text{брой на благоприятните случаи}}{\text{брой на възможните случаи}}, \quad 0 \leq p(A) \leq 1$$

Прогресии

Аритметична прогресия:

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n = \frac{2a_1 + (n-1)d}{2} \cdot n$$

Геометрична прогресия:

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$$

$$S_n = a_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}, \quad q \neq 1$$

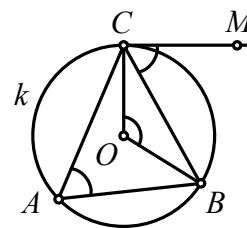
Формула за сложна лихва:

$$K_n = K \cdot q^n = K \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n$$

Ъгли, свързани с окръжността

$$\sphericalangle BOC = \widehat{BC}, \sphericalangle BAC = \frac{1}{2} \sphericalangle BOC = \frac{1}{2} \widehat{BC}$$

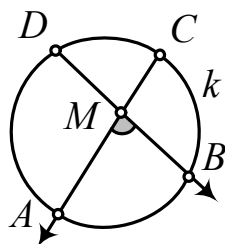
$$\sphericalangle BCM = \frac{1}{2} \sphericalangle BOC = \frac{1}{2} \widehat{BC}$$



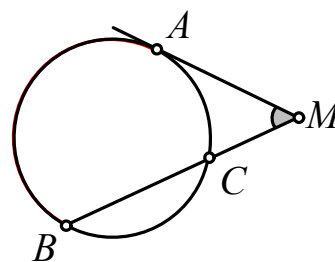
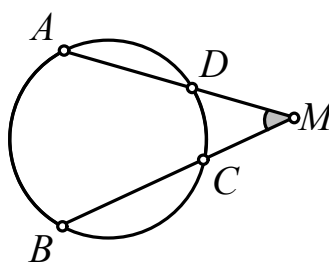
$$\sphericalangle AMB = \frac{1}{2} (\widehat{AB} + \widehat{CD})$$

$$\sphericalangle AMB = \frac{1}{2} (\widehat{AB} - \widehat{CD})$$

$$\sphericalangle AMB = \frac{1}{2} (\widehat{AB} - \widehat{AC})$$



$$MA \cdot MC = MB \cdot MD$$



$$MC \cdot MB = MA^2$$

Зависимости в триъгълник и успоредник

Правоъгълен триъгълник: $c^2 = a^2 + b^2$ $S = \frac{1}{2} ab = \frac{1}{2} ch_c$ $a^2 = a_1 c$ $b^2 = b_1 c$

$h_c^2 = a_1 b_1$ $r = \frac{a+b-c}{2}$ $\sin \alpha = \frac{a}{c}$ $\cos \alpha = \frac{b}{c}$ $\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}$ $\operatorname{cotg} \alpha = \frac{b}{a}$

Произволен триъгълник:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha \quad b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \beta \quad c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma$$

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R$$

Формула за медиана:

$$m_a^2 = \frac{1}{4} (2b^2 + 2c^2 - a^2) \quad m_b^2 = \frac{1}{4} (2a^2 + 2c^2 - b^2) \quad m_c^2 = \frac{1}{4} (2a^2 + 2b^2 - c^2)$$

Формула за ъглополовяща: $\frac{a}{b} = \frac{n}{m}$ $l_c^2 = ab - mn$

Формула за диагоналите на успоредник: $d_1^2 + d_2^2 = 2a^2 + 2b^2$

Формули за лице

Триъгълник: $S = \frac{1}{2}ch_c$ $S = \frac{1}{2}ab \sin \gamma$ $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$
 $S = pr$ $S = \frac{abc}{4R}$

Успоредник: $S = ah_a$ $S = ab \sin \alpha$ Трапец: $S = \frac{a+b}{2}h$

Четириъгълник: $S = \frac{1}{2}d_1d_2 \sin \varphi$

Описан многоъгълник: $S = pr$

Тригонометрични функции

α	0°	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1
$\operatorname{tg} \alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	-	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	0
$\operatorname{cotg} \alpha$	-	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	-1	$-\sqrt{3}$	-

	$-\alpha$	$90^\circ - \alpha$	$90^\circ + \alpha$	$180^\circ - \alpha$
\sin	$-\sin \alpha$	$\cos \alpha$	$\cos \alpha$	$\sin \alpha$
\cos	$\cos \alpha$	$\sin \alpha$	$-\sin \alpha$	$-\cos \alpha$
tg	$-\operatorname{tg} \alpha$	$\operatorname{cotg} \alpha$	$-\operatorname{cotg} \alpha$	$-\operatorname{tg} \alpha$
cotg	$-\operatorname{cotg} \alpha$	$\operatorname{tg} \alpha$	$-\operatorname{tg} \alpha$	$-\operatorname{cotg} \alpha$

Повърхнина и обем

Призма: $V = Bh$, $S_1 = S + 2B$

Права призма: $S = Ph$

Пирамида: $V = \frac{1}{3}Bh$, $S_1 = S + B$

Прав кръгов цилиндър: $B = \pi r^2$, $S = 2\pi rh$, $S_1 = S + 2B = 2\pi r(h+r)$, $V = Bh = \pi r^2 h$

Прав кръгов конус: $B = \pi r^2$, $S = \pi rl$, $S_1 = S + B = \pi r(l+r)$, $V = \frac{1}{3}Bh = \frac{1}{3}\pi r^2 h$

Сфера и кълбо: $S_{\text{сфера}} = 4\pi r^2$, $V_{\text{кълбо}} = \frac{4}{3}\pi r^3$