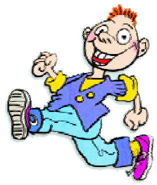
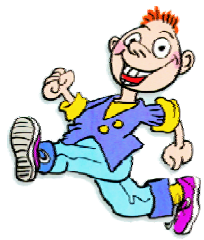
Учебен център Регалия



Учебен център • Издателство • Всичко за матурите • Е-обучение • За нас

Учебен център "Регалия" организира:



- целогодишни курсове за подготовка за зрелостни и кандидатстудентски изпити;
- целогодишни курсове за кандидатстване в езикови и профилирани гимназии по български език и математика;
- пробни изпити за кандидатстване след 7. клас;
- курсове за текуща подготовка по български език и математика за 6. клас.

На интернет страницата на Учебния център
http://www.regalia6.com
може да намерите:

тестове за външно оценяване за 4. клас

тестове за външно оценяване за 5. клас

тестове за външно оценяване за 6. клас

тестове за външно оценяване и кандидатстване след 7. клас

конкурсни изпити за кандидатстване след 7. клас

задачи от национални състезания за 7. клас

примерни тестове за ЕПИ на УНСС

тестове за зрелостни изпити

връзки към средни училища в София

връзки към висши училища в България

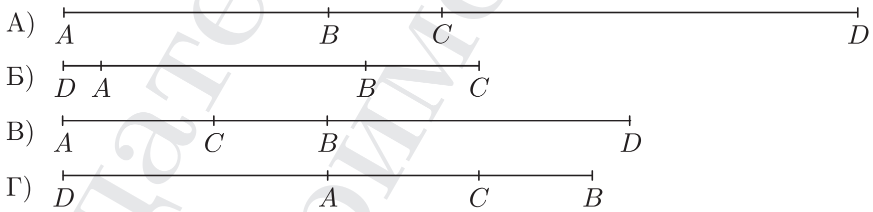
и още много полезна информация.

ОТГОВОРИ И РЕШЕНИЯ

Тест № 1

Първи модул

1. **(В)** $5\% \cdot \frac{3}{8} = \frac{5}{100} \cdot \frac{3}{8} = \frac{1}{20} \cdot \frac{3}{8} = \frac{3}{160}$.
2. **(Б)** Четвъртият ъгъл, който правите образуват, е равен на $\frac{1}{2}(360° - 72°) = 144°$. Най-малкият ъгъл, който правите образуват, е $36°$.
3. **(А)** $(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2 = x^2 + y^2 + 2xy = 5 + 2(-2) = 1$.
4. **(Б)** Ъглите $\sphericalangle 1$ и $\sphericalangle 2$ са двойка прилежащи ъгли, следователно $\sphericalangle 1 + \sphericalangle 2 = 180° \Rightarrow \sphericalangle 1 = 180° - \sphericalangle 2$.
5. **(Г)** Даденото равенство можем да запишем във вида $\frac{10}{3} = \frac{0,7}{x}$ и от свойството на пропорциите получаваме, че $10x = 2,1 \Rightarrow x = 0,21 = \frac{21}{100}$.
6. **(В)** Производителността на първата тръба е $\frac{1}{18}$. За производителността на втората тръба пресмятаме, че е равна на $\frac{1}{6} - \frac{1}{18} = \frac{1}{9}$. Следователно втората тръба ще напълни сама басейна за 9 часа.
7. **(В)** Ъглите на дадения триъгълник са с мерки 2α; $180° - 3\alpha$ и $180° - 4\alpha$. От теоремата за сбор на ъглите на триъгълник получаваме, че $2\alpha + 180° - 3\alpha + 180° - 4\alpha = 180° \Rightarrow \alpha = 36°$.
8. **(Г)** От равенството на периметрите на двата триъгълника следва, че $AC = BC$. Освен това, двата триъгълника са с равни лица, понеже CM е медиана. Накрая, от равенствата $AC = BC$ и $AM = BM$ следва еднаквостта на триъгълниците AMC и BMC, например по трети признак. Не е верен отговор Г).
9. **(Б)** На фигурата са представени четирите възможни варианти за разположението на четирите точки върху правата, така че да са спазени условията на задачата. В случаите А), Б), В) и Г) дължината на отсечката AD е равна съответно на 21 cm; 1 cm; 15 cm и 7 cm.



10. **(В)** $(x+y-z)(x+y+z) = (x+y)^2 - z^2 = x^2 + 2xy + y^2 - z^2$.
11. **(В)** Можем например да изберем правата m така, че да сключва ъгъл $60°$ и тогава лесно се убеждаваме, че отговорите А), Б) и Г) не са верни. Верността на отговор В) се проверява, като разгледаме двойка еднакви правоъгълни триъгълници.

12. (А) $\dfrac{|3|-|5|}{\left|-\frac{1}{3}\right|-\left|-\frac{1}{5}\right|}=\dfrac{-2}{\frac{2}{15}}=-15.$

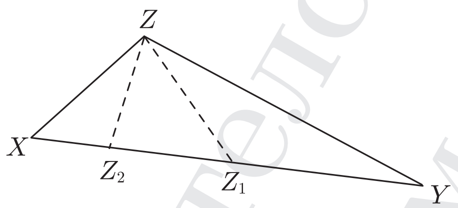
13. (А) Щом двете точки са симетрични относно ординатната ос, то те имат противоположни абсциси и равни ординати. Оттук $x=-3$ и $y=-5=2 \Rightarrow y=7$, т.е. $x+y=4$.

14. (А) $2^{12}.2^3:2^6=2^{15}:2^6=2^9$.

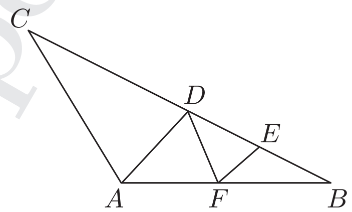
15. (Б) Тъй като $\triangle AOB$ е равностранен, то $\sphericalangle OAC=\sphericalangle OAB=15^\circ$. Оттук получаваме еднаквостта на триъгълниците AOC и BOC по първи признак, а от тяхната еднаквост можем да получим, че $\sphericalangle ACO=\sphericalangle BCO=15^\circ$. Следователно $AO=CO=BO \Rightarrow CO=2\,\text{cm}$.

16. (Б) От даденото следва, че лицето на квадрата $ABCD$ е $16\,\text{cm}^2$, а лицето на триъгълника BAE е $6\,\text{cm}^2$. Оттук $\dfrac{S_{ABE}}{S_{BCDE}}=\dfrac{6}{10}=\dfrac{3}{5}$.

17. (В) Тъй като $\sphericalangle DEF+\sphericalangle BEF=180^\circ$, то е невъзможно и двата триъгълника DEF и BEF да бъдат остроъгълни. Следователно най-големият възможен брой остроъгълни триъгълници, които могат да бъдат получени, е 3. Ще покажем избор на точките D, E и F, при който се получават три остроъгълни триъгълника. За целта ще използваме, че от всеки тъпоъгълен триъгълник можем да „отрежем" равнобедрен триъгълник по начина, показан на фигура а). Наистина, ако в триъгълника XYZ $\sphericalangle XZY$ е тъп и триъгълникът XZZ_1 е равнобедрен с бедра $XZ=XZ_1$, то точката Z_1 е вътрешна за отсечката XY, понеже $\sphericalangle XZZ_1$ е остър като ъгъл при основата на равнобедрен триъгълник, т.е. $\sphericalangle XZZ_1<\sphericalangle XZY$. По същия начин от $\triangle XZY$ можем да „отрежем" вместо $\triangle XZZ_1$, равнобедрения триъгълник YZZ_2 с бедра $YZ=YZ_2$. Сега да приложим това разсъждение за дадения тъпоъгълен триъгълник ABC (фигура б): Най-напред „отрязваме" от него равнобедрения $\triangle CAD$ с бедра $CA=CD$. Този триъгълник е остроъгълен (защо?). Ясно е, че $\sphericalangle ADB>90^\circ$ и сега от тъпоъгълния $\triangle ADB$ „отрязваме" остроъгълния триъгълник DAF с бедра $AD=AF$. Ясно е, че $\triangle ADF$ е остроъгълен и $\triangle BFD$ е тъпоъгълен. Накрая, от $\triangle BFD$ „отрязваме" трети и последен равнобедрен остроъгълен триъгълник DEF с бедра $DE=DF$.



а)



б)

18. (А) След разкриване на скобите и приведение ще получим, че
$\left(\dfrac{x}{2}-\dfrac{1}{3}\right)\left(x^2+\dfrac{1}{2}x+\dfrac{1}{3}\right)=\dfrac{1}{2}x^3-\dfrac{1}{12}x^2-\dfrac{1}{9}$.

19. (Г) Тъй като $a\%$ от b е равно на $\dfrac{a}{100}\cdot b=\dfrac{ab}{100}$ и аналогично $b\%$ от a е равно на $\dfrac{ba}{100}$, то двете числа са равни.

20. (А) Тъй като вида на триъгълника можем да определим, знаейки вида на неговия най-голям ъгъл, то достатъчно е само да измерим $\sphericalangle A$.

21. **(Б)** Ще използваме равенството $\dfrac{x+y+z}{3}=\dfrac{1}{3}(x+y)+\dfrac{1}{3}(y+z)-\dfrac{1}{3}y$, от което следва, че $\dfrac{x+y+z}{3}=1-\dfrac{y}{3}$. От полученото е ясно, че средното аритметично на трите числа е по-малко от 1, значи отговори В) и Г) отпадат. Ако сега $\dfrac{x+y+z}{3}=\dfrac{1}{2}\Rightarrow 1-\dfrac{y}{3}=\dfrac{1}{2}\Rightarrow y=\dfrac{3}{2}$, но тогава ще следва, че $x<0$, което е невъзможно. Ако изберем $x=y=\dfrac{1}{2}$ и $z=\dfrac{3}{2}$, ще се убедим, че отговор Б) е напълно възможен.

22. **(В)** Понеже $OP^{\to}$ е ъглополовяща на $\sphericalangle AOB$, то можем да означим $\sphericalangle AOP=\sphericalangle BOP=\alpha$. От даденото лесно получаваме, че $\sphericalangle AOM=\alpha-6^\circ$ и $\sphericalangle BON=\alpha-9^\circ$. Оттук без затруднение намираме, че $\sphericalangle AOM-\sphericalangle BON=3^\circ$.

23. **(А)** Най-напред намираме, че $\sphericalangle ACB=180^\circ-5\alpha$. Тогава $\sphericalangle ACL=90^\circ-\dfrac{5}{2}\alpha$ и $\sphericalangle ACH=90^\circ-2\alpha$. Следователно $\sphericalangle LCH=\sphericalangle ACH-\sphericalangle ACL=\dfrac{\alpha}{2}$.

24. **(Г)** Ако изберем $x=0$ в даденото равенство, ще получим, че $6=2b\Rightarrow b=3$. Ако заместим в даденото равенство $x=1$ (или $x=2$), ще получим, че $a=7$. Лесно може да се провери, че за така намерените стойности на a и b даденото равенство е наистина тъждество.

25. **(А)** Двата съседни ъгъла са с мерки съответно α и $\alpha+20^\circ$, откъдето следва, че $\alpha+\alpha+20^\circ=180^\circ\Rightarrow\alpha=80^\circ$. Мерките на тези два ъгъла ще се отнасят както $\dfrac{100}{80}$ (или както $\dfrac{80}{100}$) и $\dfrac{100}{80}=5:4$.

Втори модул

26. **(72)** Нека търсеното разстояние е s метра. Времето на катеричката в едната посока ще бъде $\dfrac{s}{4}$ секунди, а в другата посока ще бъде $\dfrac{s}{2}$ секунди. Получаваме уравнението $\dfrac{s}{2}+\dfrac{s}{4}=54\Rightarrow s=72$ метра.

27. **(60)** Тъй като $\triangle BAN$ е равнобедрен, то $\sphericalangle ANB=80^\circ\Rightarrow\sphericalangle ANC=100^\circ$. Тъй като и $\triangle CAN$ е равнобедрен, то $\sphericalangle CAN=\sphericalangle ACN=40^\circ$. Два от ъглите на $\triangle ABC$ са известни, следователно $\sphericalangle BAC=60^\circ$.

28. **(21)** От свойствата на кръстните ъгли следва, че правоъгълните триъгълници AMD и BNC са равнобедрени. Оттук можем да пресметнем, че $AD=DM=BC=CN=3\,\mathrm{cm}$ и $AB=DC=DN+NC=7\,\mathrm{cm}$. Следователно $S_{ABCD}=21\,\mathrm{cm}^2$.

29. От даденото следва, че триъгълниците AMD и BNM са еднакви по първи признак. От тяхната еднаквост не е трудно да се получи, че триъгълникът DMN е правоъгълен и равнобедрен.

30. С помощта на равенството $n(n+2)^3-(n+1)(n-1)^3=8n^3+12n^2+6n+1=(2n+1)^3$ доказваме, че даденото число винаги е точен куб.