Кратки решения и отговори

ПЪРВА ЧАСТ

1зад. Отг. б)
2зад. Отг. в)
3зад. Отг. а)
4зад. Отг. г) 0;
5зад. Отг. б)
6зад. Отг. в)
7зад. Отг. в)
8зад. Отг. а)
9зад. Отг. б)
10зад Отг. а)
11зад. Отг. в)
12зад.Отг. г) $6+2\sqrt{3}$

ВТОРА ЧАСТ

1зад. $3\sin^2 2x+7\cos 2x-3=0$ за $x\in\left(-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right)$

След преобразуване получаваме уравнението $3\cos^2 2x-7\cos 2x=0 \Leftrightarrow \cos 2x(3\cos 2x-7)=0$.

Следователно $\cos 2x=\frac{7}{3}>1$, т.е. това уравнение няма решение и $\cos 2x=0 \Rightarrow x=\pm\frac{\pi}{4}$

2зад. Нека т. O е върхът на ъгъла, т. M е точката от вътрешността, а т. A и т. B са петите на перпендикулярите от т. M до раменете на ъгъла, като $MA=2\sqrt{7}$, $MB=\sqrt{7}$. Около $OAMN$ може да се опише окръжност, която има диаметър OM. От косинусова теорема за триъгълник AMB намираме $AB^2=AM^2+BM^2-2AM\cdot BM\cdot\cos 120^0=49$. След. $AB=7\,cm$. От синусова теорема за същия триъгълник $\frac{AB}{\sin 120^0}=2R$, от където $OM=2R=\frac{14\sqrt{3}}{3}$

ТРЕТА ЧАСТ

1зад. $\left(\sqrt{5+2\sqrt{6}}\right)^x+\left(\sqrt{5-2\sqrt{6}}\right)^x=10$. Тъй като $\sqrt{5-2\sqrt{6}}=\frac{1}{\sqrt{5+2\sqrt{6}}}$, получаваме $\left(\sqrt{5+2\sqrt{6}}\right)^x+\frac{1}{\left(\sqrt{5+2\sqrt{6}}\right)^x}=10$. След полагането $\left(\sqrt{5+2\sqrt{6}}\right)^x=y>0$ решаваме уравнението $y+\frac{1}{y}=10$ и получаваме $y_{1,2}=5\pm 2\sqrt{6}>0$ След заместване в полагането получаваме $x_{1,2}=\pm 2$

2зад. $x^2+(p+1)x+\frac{1}{2}=0$. От формулите на Виет получаваме $\left|\begin{array}{l} x_1+x_2=-(p+1) \\ x_1\cdot x_2=\frac{1}{2} \end{array}\right.$. Тогава

$x_1{}^2+x_2{}^2=(x_1+x_2)^2-2x_1x_2=(p+1)^2-1=k$, от където $k=p^2+2p$. За уравнението $x^2+2x+k=0$ получаваме $x_{3,4}=-1\pm\sqrt{1-k}=-1\pm\sqrt{1-p^2-2p}$, където $1-p^2-2p\ge 0$, т.е. $p\in\left[-1-\sqrt{2};-1+\sqrt{2}\right]$. Тъй като по условие p е цяло число, целите числа в този интервал са $-2;-1;0$. От тях само за -2 и 0 корените на $x^2+2x+k=0$ са цели числа.

3зад. Нека $ABCD$ $(AB\,//\,CD)$ е трапец, като $AC=5;\ BD=3;\ PN=2$, където P е среда на DC, а N е среда на AB. Построяваме т. $K\in AB,\ CK\,//\,DB$. Тогава $S_{ABCD}=\frac{AB+DC}{2}h,\ S_{AKC}=\frac{AB+BK}{2}h$, т.е. $S_{ABCD}=S_{AKC}$. Построяваме $CL\,//\,PN,\ L\in AB$. Тогава $CL=PN=2$. Продължаваме CL до т. M така, че $LM=CL$. $AL=\frac{AB}{2}+\frac{CD}{2}$, т.е. т. L е среда на AK и $S_{CMK}=S_{ACK}=S_{ABCD}$. Тъй като знаем страните на триъгълник CMK (той е правоъгълен), то можем да намерим лицето му. **Отг. 6 кв.cm**