

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА

ДЪРЖАВЕН ЗРЕЛОСТЕН ИЗПИТ ПО

МАТЕМАТИКА

23 август 2024 г.

ПРОФИЛИРАНА ПОДГОТОВКА

ВАРИАНТ 2

ЧАСТ 1 (Време за работа: 90 минути)

Отговорите на задачите от 1. до 15. включително отбелязвайте в листа за отговори!

1. Даден е $\triangle ABC$, в който $\sphericalangle ACB = 30^\circ$ и $\overline{CA} \cdot \overline{CB} = 2\sqrt{3}$. Лицето на $\triangle ABC$ е равно на:

А) 1

Б) $\sqrt{3}$

В) 2

Г) 3

2. За коя стойност на реалното число a , полиномът $g(x) = x + 1$ е делител на полинома $f(x) = a^3 x^3 + 4ax + 5$?

А) -4

Б) -1

В) 1

Г) 5

3. Околната повърхнина на прав кръгов конус е кръгов сектор с централен ъгъл 120° и радиус 6 cm. Пълната повърхнина на конуса е равна на:

А) $12\pi \text{ cm}^2$

Б) $16\pi \text{ cm}^2$

В) $18\pi \text{ cm}^2$

Г) $24\pi \text{ cm}^2$

4. Тяло M се движи праволинейно и изменява разстояние

$$S(t) = \frac{1}{3}t^3 - 3t^2 - 5t + 3 \text{ m, в зависимост от времето } t \text{ (в секунди). При коя}$$

стойност на t скоростта на M е равна на 2 m/sec ?

- А) 1 Б) 2 В) 3 Г) 7

5. Разпределението на случайната величина X е дадено в таблицата

X	-1	0	1	2	3
P	p	$\frac{2}{7}$	$\frac{5}{14}$	$\frac{p}{3}$	$\frac{p}{3}$

Математическото очакване на X е равно на:

- А) $\frac{3}{14}$ Б) $\frac{1}{2}$ В) 7 Г) 14

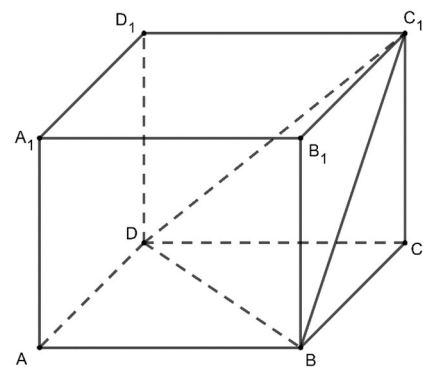
6. Уравнението на окръжност с радиус 3 и концентрична с окръжността

$$x^2 + y^2 + 2x - 4y + 2 = 0 \text{ е:}$$

- А) $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 3$
 Б) $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 3$
 В) $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 9$
 Г) $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 9$

7. На чертежа $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ е правоъгълен паралелепипед, за който $AB = 20 \text{ cm}$, $BC = 15 \text{ cm}$ и $AA_1 = 12\sqrt{3} \text{ cm}$. Градусната мярка на ъгъла между равнините $(ABCD)$ и (BC_1D) е:

- А) 30°
 Б) 45°
 В) 60°
 Г) 75°



8. Уравнението $2x^3 + x - 8 = 0$ има корен в интервала:

- А) (1; 2)
- Б) (0; 1)
- В) (-1; 0)
- Г) (-2; -1)

9. Коя от функциите е нечетна в дефиниционното си множество?

- А) $f(x) = -x \sin x$
- Б) $f(x) = \operatorname{tg} x + \sin 2x$
- В) $f(x) = \operatorname{cotg} x + \cos 2x$
- Г) $f(x) = x^5 + x^2$

10. Намерете всички стойности на неизвестното x , за които $|x| < 1$ и

$$\frac{1}{x} + x + x^2 + \dots + x^n + \dots = \frac{7}{2}.$$

- А) $\frac{1}{3}; \frac{2}{7}$
- Б) $\frac{2}{3}$
- В) $\frac{1}{3}; \frac{2}{3}$
- Г) $\frac{2}{7}$

11. Правата $y = 7x - 5$ е успоредна на допирателната в точка A от графиката на функцията $f(x) = x^2 + 6x - 8$. Абсцисата на точка A е равна на:

- А) -2
- Б) -0,5
- В) 0,5
- Г) 2

12. В кой от интервалите функцията $y = (2x - 3)^3 (x + 1)^2$ е намаляваща?

- А) $x \in (-1; 0)$
- Б) $x \in \left(0; \frac{3}{2}\right)$
- В) $x \in (-\infty; -1)$
- Г) $x \in (0; +\infty)$

13. Броят на локалните екстремуми на функцията $y(x) = \sqrt{x^2 - 5x + 6}$ е:

А) 0

Б) 1

В) 2

Г) 3

14. Ако $f(x) = \sqrt{x^2 - 1}$, то декартовото уравнение на допирателната към графиката на функцията $f(x)$ в точката с абсциса $x = \sqrt{5}$ е:

А) $y = \sqrt{5}x - 3$

Б) $y = x + 2 - \sqrt{5}$

В) $y = \frac{\sqrt{5}}{2}x - \frac{1}{2}$

Г) $y = \frac{1}{4}x + 2 - \sqrt{5}$

15. Трима приятели, които живеят в една и съща кооперация учат в едно и също училище. От кооперацията до училището може да се стигне по 5 различни маршрута. Намерете вероятността тримата днес да са дошли на училище по един и същ маршрут?

А) 0,008

Б) 0,03

В) 0,04

Г) 0,25

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА

ДЪРЖАВЕН ЗРЕЛОСТЕН ИЗПИТ ПО

МАТЕМАТИКА

23 август 2024 г.

ПРОФИЛИРАНА ПОДГОТОВКА

ВАРИАНТ 2

ЧАСТ 2 (Време за работа: 150 минути)

Пълните решения с необходимите обосновки на задачите от 16. до 18. включително запишете в листа за отговори!

16. Точки $A(-2;-2)$ и $B(6;4)$ са върхове на успоредник $ABCD$ с пресечна

точка на диагоналите $F\left(\frac{5}{2}; \frac{9}{2}\right)$.

а) Намерете координатите на върховете C и D , както и периметъра на успоредника.

б) Намерете координатите на петата H на височината DH към страната AB , косинуса на острия ъгъл и лицето на успоредника.

в) Успоредникът е завъртян около страната AB . Намерете повърхнината и обема на полученото ротационно тяло.

17. Редицата $\{a_n\}$, $a_n \neq 0$ е аритметична прогресия с разлика d .

а) Докажете тъждеството $\frac{1}{a_1 a_2} + \frac{1}{a_2 a_3} + \frac{1}{a_3 a_4} + \dots + \frac{1}{a_n a_{n+1}} = \frac{n}{a_1 (a_1 + nd)}$.

б) Ако $a_1 = \frac{1}{2}$ и $d = 3$, намерете $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{a_1 a_2} + \frac{1}{a_2 a_3} + \frac{1}{a_3 a_4} + \dots + \frac{1}{a_n a_{n+1}} \right)$.

18. Дадена е правилна четириъгълна пирамида $ABCDM$ с връх M .
Мярката на ъгъла, определен от два несъседни околни ръба на пирамидата, е 2α . Радиусът на описаната около пирамидата сфера е 4 cm.

а) Ако $\alpha = 60^\circ$, то намерете обема на пирамидата.

б) За коя стойност на $\cos \alpha$ обемът на пирамидата е най-голям?