

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА

ДЪРЖАВЕН ЗРЕЛОСТЕН ИЗПИТ ПО

МАТЕМАТИКА

23 май 2023 г.

ПРОФИЛИРАНА ПОДГОТОВКА

ВАРИАНТ 2

ЧАСТ 1 (Време за работа: 90 минути)

Отговорите на задачите от 1. до 15. включително отбелязвайте в листа за отговори!

1. Общото уравнение на права, минаваща през точките с координати $(3; -7)$

и $(-2; -2)$, е:

А) $9x - 5y + 14 = 0$

Б) $2x - 5y + 4 = 0$

В) $x + y + 4 = 0$

Г) $9x + y - 20 = 0$

2. Свободният член в нормалния вид на полинома

$f(x) = (x^2 + x - 2)^3 + (2x^3 - 1)^7$ е равен на:

А) -9

Б) -7

В) 1

Г) 2^7

3. Правоъгълникът $ABCD$ със страни $AB = 3$ cm и $AD = 5$ cm е завъртян на 360° около по-голямата си страна. Обемът на полученото ротационно тяло е:

А) 15π cm³

Б) $11,25\pi$ cm³

В) 75π cm³

Г) 45π cm³

4. Хоризонталната асимптота на функцията $f(x) = \frac{x+7}{5-3x}$ е:

А) $x = -\frac{5}{3}$

Б) $y = \frac{1}{3}$

В) $y = -\frac{1}{3}$

Г) $x = \frac{5}{3}$

5. Случайна величина X има биномно разпределение $Bi(12; p)$. Ако дисперсията на X е 1,92, то стойността на p може да е:

- А) 0,2 Б) 0,35 В) 0,49 Г) 0,71

6. Дадени са векторите \vec{a} и \vec{b} , за които $|\vec{a}| = \sqrt{2}$, $|\vec{b}| = 3$ и $\sphericalangle(\vec{a}; \vec{b}) = 45^\circ$.

Дължината на вектора $\vec{u} = 3\vec{a} - 2\vec{b}$ е:

- А) $9\sqrt{2}$ Б) $3\sqrt{6}$ В) $3\sqrt{2}$ Г) 6

7. Спрямо правоъгълна координатна система разглеждаме точката с координати $(2; 3)$ и права, зададена с уравнението $3x - 4y + 11 = 0$. Какво е разстоянието между тях?

- А) $\frac{2}{5}$ Б) $\frac{3}{5}$ В) 1 Г) 2

8. В правилна четириъгълна призма $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ диагоналите AC_1 и $A_1 C$ са взаимноперпендикулярни. Да се намери острият ъгъл между BD_1 и $B_1 C_1$.

- А) 30°
Б) 45°
В) 60°
Г) 90°

9. Функцията $y(x) = \log_{\frac{1}{2}}(-x^2 + 4x + 5)$ е растяща в интервала:

- А) $x \in (-\infty; 1) \cup [2; 5)$
Б) $x \in [2; 5)$
В) $x \in (1; 2] \cup [5; +\infty)$
Г) $x \in (1; 2]$

10. Намерете границата $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{1 - \sin 2x}{\left(\frac{\pi}{4} - x\right)}$.

- А) 0 Б) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ В) 1 Г) 2

11. За кои стойности на параметъра p редицата $a_n = \frac{2n-p}{3n+1}$ е растяща?

- А) $p \in \left(-\infty; -\frac{2}{3}\right)$
Б) $p \in \left(-\frac{2}{3}; +\infty\right)$
В) $p \in \left(-\frac{2}{5}; +\infty\right)$
Г) $p \in \left(\frac{2}{3}; +\infty\right)$

12. Най-голямата стойност на функцията $f(x) = \cos x + \frac{x}{2}$ за $x \in [-\pi; \pi]$ е:

- А) $-\frac{\pi}{2} - 1$
Б) $\frac{\pi}{2} - 1$
В) $\frac{\pi}{12} + \frac{\sqrt{3}}{2}$
Г) $\frac{5\pi}{12} - \frac{\sqrt{3}}{2}$

13. Множеството от функционални стойности на $y(x) = (x+1)^2(x-2)^4$ при

$x \in [1; 4]$ е:

- А) $y \in [0; 16]$ Б) $y \in [4; 400]$ В) $y \in [0; 4]$ Г) $y \in [0; 400]$

14. Функцията $f(x) = 3x^4 + 4x^3 - 6x^2 - 12x + 7$:

- А) има локален екстремум само при $x = 1$
- Б) има локален екстремум само при $x = -1$
- В) има локални екстремуми при $x = 1$ и $x = -1$
- Г) няма локални екстремуми

15. Две урни имат следния състав: в първата – 6 бели, 4 червени и 15 черни топки, във втората – 15 бели, 2 червени и 8 черни топки. След последователно вадене на топка от едната и от другата урна се оказва, че първо е извадена червена, а след това бяла топка. Каква е вероятността ваденето на топките да е станало първо от втората, а след това от първата урна, при условие че двете последователности на вадене са равновъзможни?

- А) $\frac{5}{6}$
- Б) $\frac{1}{6}$
- В) $\frac{36}{625}$
- Г) $\frac{1}{3}$

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА

ДЪРЖАВЕН ЗРЕЛОСТЕН ИЗПИТ ПО

МАТЕМАТИКА

23 май 2023 г.

ПРОФИЛИРАНА ПОДГОТОВКА

ВАРИАНТ 2

ЧАСТ 2 (Време за работа: 150 минути)

Пълните решения с необходимите обосновки на задачите от 16. до 18. включително запишете в листа за отговори!

16. В триъгълна пирамида $ABCD$ равнините (ABD) и (ABC) са перпендикулярни. Ръбовете AD , BD , CD и BC са равни на 2 cm. Определете максималния обем на пирамидата и дължините на AB и AC , за които той се достига.

17.

а) Ако a е най-малкият положителен реален корен на уравнението

$$3x^5 - 4x^4 - 11x^3 - 11x^2 - 4x + 3 = 0, \quad b = 4, (7) - 10\frac{7}{9} \quad \text{и} \quad c = \lim_{x \rightarrow 7} \frac{\sin(x-7)}{\sqrt{2x-5}-3}, \quad \text{то}$$

намерете числата a , b и c .

б) Да се намерят координатите на точката T , в която допирателната към графиката на функцията $f(x) = 3x^2 - 7x + 6$ сключва с положителната посока на абсцисната ос ъгъл с мярка 135° . Да се намери уравнението на допирателната в тази точка.

18. В правоъгълна координатна система е построен $\triangle ABC$. Точката A е с координати $(2; -1)$. През върха B са построени височина и медиана съответно с уравнения $h: 2x - y + 1 = 0$ и $m: x + y + 2 = 0$.

а) Да се намерят координатите на върховете B и C .

б) Да се намерят координатите на центъра P и дължината на радиуса R на описаната около $\triangle ABC$ окръжност.