

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА

ДЪРЖАВЕН ЗРЕЛОСТЕН ИЗПИТ ПО

МАТЕМАТИКА

25 август 2023 г.

ПРОФИЛИРАНА ПОДГОТОВКА

ВАРИАНТ 2

ЧАСТ 1 (Време за работа: 90 минути)

Отговорите на задачите от 1. до 15. включително отбелязвайте в листа за отговори!

1. Определете кои от дадените прави са взаимно перпендикулярни:

$$a: y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}, b: y = -\frac{1}{2}x + 1, c: y = 2x - 1, d: y = -2x + 2.$$

А) $a \perp c$ и $b \perp d$

Б) $a \perp d$ и $b \perp c$

В) само $b \perp c$

Г) само $b \perp d$

2. Векторите \vec{a} и \vec{b} са линейно независими. Ако $\vec{p} = 4\vec{a} - \lambda\vec{b}$ и $\vec{q} = -3\vec{a} + 2\vec{b}$, то стойността на λ , за която векторите \vec{p} и \vec{q} са линейно зависими е:

А) $-\frac{4}{3}$

Б) $-\frac{3}{4}$

В) $\frac{8}{3}$

Г) $-\frac{3}{8}$

3. Числото $3745_{(8)}$, записано в осмична бройна система, в десетична бройна система е равно на:

А) 2021

Б) 2023

В) 2025

Г) 2027

4. Локалният максимум на функцията $y(x) = x^5 - \frac{5}{4}x^4 + \frac{3}{4}$ е равен на:

А) $y_{\max} = 0$

Б) $y_{\max} = \frac{1}{2}$

В) $y_{\max} = \frac{3}{4}$

Г) $y_{\max} = 1$

5. Дадени са пет тела: четири еднакви правилни зара със съответно 1, 2, 3, 4, 5 и 6 точки върху стените им и един правилен тетраедър със съответно 1, 2, 3 и 4 точки върху стените му. Избираме едно от телата, хвърляме го и се падат 3 точки. Каква е вероятността да сме избрали зар?

- A) $\frac{1}{20}$ Б) $\frac{2}{15}$ В) $\frac{8}{11}$ Г) $\frac{11}{60}$

6. Правоъгълник с дължина на едната му страна 4 см и диагонал с дължина $\sqrt{41}$ см се завърта около по-голямата си страна на 360° . Пълната повърхнина на полученото ротационно тяло е равна на:

- A) 40π см² Б) 72π см² В) 80π см² Г) 90π см²

7. В правоъгълна координатна система е дадена окръжност с център точката $O_1(1;1)$. Какъв трябва да бъде радиусът на тази окръжност, така че тя да се допира до правата $g: 3x + 4y + 8 = 0$?

- A) 2 Б) $\frac{5}{2}$ В) 3 Г) 4

8. Сборът от коефициентите в нормалния вид на полинома

$$P(x) = (x^3 - 3x^2 - 4x + 5)^3 + (x - 3)^2 \text{ е:}$$

- A) 141 Б) 136 В) 5 Г) 3

9. Намерете границата $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sqrt{2} \cos x - 1}{1 - \operatorname{tg}^2 x}$.

- A) $-\infty$ Б) $+\infty$ В) 0 Г) $\frac{1}{4}$

10. Намерете сумата на безкрайната геометрична прогресия

$$8, -4\sqrt{2}, 4, -2\sqrt{2}, 2, -\sqrt{2}, 1, -\frac{\sqrt{2}}{2}, \dots$$

- A) $16 - 8\sqrt{2}$ Б) $16 + 8\sqrt{2}$ В) $8\sqrt{2} - 8$ Г) $-8\sqrt{2} - 8$

11. Втората производна на функцията $y(x) = \sin(\ln x)$ е:

А) $y'' = \frac{\cos(\ln x)}{x}$

Б) $y'' = \frac{\cos(\ln x) + \sin(\ln x)}{x^2}$

В) $y'' = -\frac{\cos(\ln x) + \sin(\ln x)}{x^2}$

Г) $y'' = \frac{\cos(\ln x) - \sin(\ln x)}{x^2}$

12. Правилна триъгълна пресечена пирамида има основни ръбове 6 cm и

4 cm, и апотемата $\frac{\sqrt{93}}{3}$ cm. Обемът на пирамидата е равен на:

А) $\frac{19\sqrt{30}}{3} \text{ cm}^3$ Б) $\frac{19\sqrt{31}}{3} \text{ cm}^3$ В) $\frac{76\sqrt{10}}{3} \text{ cm}^3$ Г) $\frac{190\sqrt{3}}{3} \text{ cm}^3$

13. Инфлексните точки на функцията $f(x) = \frac{2}{1+2x^2}$ са:

А) $\left(-\frac{\sqrt{6}}{6}; \frac{3}{2}\right)$ и $\left(\frac{\sqrt{6}}{6}; \frac{3}{2}\right)$

Б) $\left(\frac{\sqrt{6}}{6}; \frac{3}{2}\right)$

В) $\left(-\frac{\sqrt{6}}{6}; 3\right)$ и $\left(\frac{\sqrt{6}}{6}; \frac{3}{2}\right)$

Г) $\left(-\frac{\sqrt{6}}{6}; \frac{1}{2}\right)$ и $\left(\frac{\sqrt{6}}{6}; \frac{1}{2}\right)$

14. Допирателната към графиката на функцията $f(x) = \frac{8}{x-5}$ в точката с

абсциса $x = 3$ има общо уравнение:

A) $x + 2y + 5 = 0$

Б) $2x + y - 2 = 0$

В) $x + 2y - 10 = 0$

Г) $2x - y - 10 = 0$

15. Математическото очакване на една нормално разпределена случайна величина X е 400 , а стандартното отклонение 36 . Тогава интервалът около математическото очакване, в който случайната величина X попада с вероятност 95% , е:

A) [328;472]

Б) [364;436]

В) [292;508]

Г) [388;412]

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА

ДЪРЖАВЕН ЗРЕЛОСТЕН ИЗПИТ ПО

МАТЕМАТИКА

25 август 2023 г.

ПРОФИЛИРАНА ПОДГОТОВКА

ВАРИАНТ 2

ЧАСТ 2 (Време за работа: 150 минути)

Пълните решения с необходимите обосновки на задачите от 16. до 18. включително запишете в листа за отговори!

16. В правоъгълна координатна система е построен ромб $ABCD$ със страна 5 мерни единици. Точка B е с координати $(4;2)$, а върховете A и C лежат на права с уравнение $y = 2x - 1$, като C лежи в I квадрант.

а) Определете координатите на точки A , C и D .

б) Точка M лежи на отсечката AC и я дели в отношение $AM : MC = 1 : 3$.

Определете скаларното произведение $\overline{MD} \cdot \overline{MC}$ и големината на $\angle DMC$.

17.

а) Ако $a = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{6x^2 - 5x + 4}{8x^2 + 2x}$, $b = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{12 - 6x}{2(\sqrt{x+2} - 2)}$, $c = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin 2x}{\sin \frac{x}{2}}$ и

$d = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4 \cos 4x - 4}{4x \sin x}$, то намерете числата a , b , c и d .

б) Да се реши неравенството $\frac{3}{4}x^3 - 9x^2 + 12x + 6 > 0$.

в) Кои от числата a , b , c и d са решение на неравенството? Обосновете отговора си.

18. В права триъгълна призма $ABCA_1B_1C_1$ долната основа е $\triangle ABC$, в който

$\angle ACB = 90^\circ$ и $\sin \angle ABC = \frac{1}{3}$. Точката M е среда на ръба AB , като

$C_1M = 6$ cm.

а) Да се изрази обемът на призмата като функция на височината ѝ h .

б) Да се намери при каква стойност на височината h обемът на призмата е най-голям и да се намери този обем.