

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА

ДЪРЖАВЕН ЗРЕЛОСТЕН ИЗПИТ ПО

МАТЕМАТИКА

26 май 2022 г.

ПРОФИЛИРАНА ПОДГОТОВКА

ВАРИАНТ 1

ЧАСТ 1 (Време за работа: 90 минути)

Отговорите на задачите от 1. до 15. включително отбелязвайте в листа за отговори!

1. Векторите \vec{a} и \vec{b} са линейно независими. Ако $\vec{p} = -\vec{a} + x\vec{b}$ и $\vec{q} = 3\vec{a} - \vec{b}$, то стойността на x , за която векторите \vec{p} и \vec{q} са колинеарни, е:
- А) -3 Б) $-\frac{1}{3}$ В) $\frac{1}{3}$ Г) 3
2. В правоъгълна координатна система са дадени точките $P(2; -1)$ и $Q(-1; 2)$. Дължината на вектора \overline{PQ} е:
- А) $2\sqrt{2}$ Б) $\sqrt{10}$ В) $3\sqrt{2}$ Г) $2\sqrt{5}$
3. Ако $b_n = \frac{(a_n - 3)(a_n + 2)}{2a_n^2 + 3a_n - 2}$, $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = -2$ и $a_n \neq -2$, за всяко $n \in \mathbb{N}$, то границата $\lim_{n \rightarrow +\infty} b_n$ е равна на:
- А) 2 Б) -1 В) 0 Г) 1
4. Полиномът $x^3 - 4x^2 + 5x - 6$ се дели без остатък на двучлена:
- А) $x - 1$ Б) $x - 2$ В) $x - 3$ Г) $x - 6$
5. Правилна четириъгълна пресечена пирамида има основни ръбове 5 cm и 2 cm. Ако височината на пирамидата е 6 cm, то обемът ѝ е равен на:
- А) 54 cm^3 Б) 78 cm^3 В) 102 cm^3 Г) 234 cm^3

6. Окръжност k има уравнение $x^2 + y^2 + 2x - 6y + 7 = 0$. Кое от посочените уравнения е уравнение на окръжност, концентрична на k ?

A) $(x+3)^2 + (y-1)^2 = 7$

Б) $(x+1)^2 + (y-3)^2 = 7$

В) $(x-1)^2 + (y+3)^2 = 7$

Г) $(x-3)^2 + (y+1)^2 = 7$

7. За коя стойност на k функцията $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin(3x-1)}{6x-2}, & x < \frac{1}{3} \\ 2k+1, & x \geq \frac{1}{3} \end{cases}$ е непрекъсната при $x = \frac{1}{3}$?

A) $\frac{1}{2}$

Б) $\frac{1}{4}$

В) $-\frac{1}{4}$

Г) $-\frac{1}{2}$

8. Ако $f(x) = \sqrt{x^2 - 4x + 3}$, то декартовото уравнение на допирателната към графиката на функцията $f(x)$ в точката с абсциса $x_0 = -1$ е:

A) $y = -\frac{\sqrt{2}}{4}x + \frac{7\sqrt{2}}{4}$

Б) $y = -\frac{5\sqrt{2}}{4}x + \frac{3\sqrt{2}}{4}$

В) $y = \frac{\sqrt{2}}{2}x + \frac{17\sqrt{2}}{8}$

Г) $y = -\frac{3\sqrt{2}}{4}x + \frac{5\sqrt{2}}{4}$

9. Функцията $f(x) = x^3 - 9x^2 + 24x + 11$ при $x \in \left(-\frac{5}{2}; \frac{5}{2}\right)$ е:

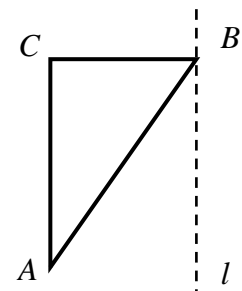
A) растяща

Б) намаляваща

В) изпъкнала

Г) вдлъбната

10. Даден е триъгълник ABC , за който $AB = 5$ см, $BC = 3$ см и $AC = 4$ см. Права l минава през точката B и е перпендикулярна на страната BC . Обемът на ротационното тяло, получено при въртене на триъгълника ABC около правата l е равен на:



A) $12\pi \text{ cm}^3$

Б) $24\pi \text{ cm}^3$

В) $36\pi \text{ cm}^3$

Г) $48\pi \text{ cm}^3$

11. Пресечната точка на хоризонталната и вертикалната асимптота на

функцията $f(x) = \frac{2x+1}{3-x}$ е с координати:

- А) (3;2) Б) (3;-2) В) (-2;-3) Г) (-2;3)

12. За кои стойности на реалния параметър m функцията $y = -x^2 - 2mx + m$ има локален максимум, равен на 2?

- А) -2 и 1 Б) ± 1 В) 2 Г) -1 и 2

13. Намерете границата $\lim_{n \rightarrow +\infty} (\sqrt{n^2 + 3} - \sqrt{n^2 - n})$.

- А) $+\infty$ Б) 0 В) 1 Г) $\frac{1}{2}$

14. Времето, което се чака за преглед при личен лекар, е нормално разпределена величина със средна 9 минути и стандартно отклонение 3 минути. Вероятността случаен пациент да чака повече от 15 минути, е най-близо до:

- А) 2% Б) 5% В) 25% Г) 30%

15. Дадени са три еднакви кутии, като в първата кутия има 6 червени и 3 зелени бонбона, във втората – 4 червени и 5 зелени бонбона и в третата кутия има 8 червени и 4 зелени бонбона. Вероятността да се извади зелен бонбон от случайно избрана кутия, е:

- А) $\frac{2}{5}$ Б) $\frac{2}{3}$ В) $\frac{11}{27}$ Г) $\frac{9}{11}$

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА

ДЪРЖАВЕН ЗРЕЛОСТЕН ИЗПИТ ПО

МАТЕМАТИКА

26 май 2022 г.

ПРОФИЛИРАНА ПОДГОТОВКА

ВАРИАНТ 1

ЧАСТ 2 (Време за работа: 150 минути)

Пълните решения с необходимите обосновки на задачите от 16. до 18. включително запишете в листа за отговори!

16. Да се докаже, че за всяко естествено число $n \geq 2$ е в сила равенството:

$$\left(1 - \frac{1}{2^2}\right) \left(1 - \frac{1}{3^2}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{n^2}\right) = \frac{1}{2} \frac{n+1}{n}.$$

17. В правоъгълна координатна система Oxy е дадена окръжност с център точка O_1 с координати $O_1(1; 2)$. Точка B с координати $B(5; -1)$ лежи на окръжността. Правата с уравнение $y = 3x + 4$ пресича окръжността в точки A и C , като точка C лежи в първи квадрант.

а) Определете координатите на точки A и C .

б) Определете скаларното произведение $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB}$ и големината на ъгъл BCA .

18. Да се изследва функцията $f(x) = \frac{2x+3}{1-x}$ и да се начертае нейната графика.