**МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА**

**ДЪРЖАВЕН ЗРЕЛОСТЕН ИЗПИТ ПО**

**МАТЕМАТИКА**

**29 август 2022 г.**

**ОБЩООБРАЗОВАТЕЛНА ПОДГОТОВКА**

**ВАРИАНТ 1**

Ключ с верните отговори

| № | Отговор | Брой точки |
|---|---|---|
| 1. | А | 2 |
| 2. | А | 2 |
| 3. | Б | 2 |
| 4. | Б | 2 |
| 5. | Г | 2 |
| 6. | Б | 3 |
| 7. | В | 3 |
| 8. | В | 3 |
| 9. | А | 3 |
| 10. | Г | 3 |
| 11. | В | 3 |
| 12. | А | 3 |
| 13. | Г | 3 |
| 14. | В | 3 |
| 15. | Г | 3 |
| 16. | А | 3 |
| 17. | Г | 3 |
| 18. | Б | 3 |
| 19. | А | 3 |
| 20. | В | 3 |
| 21. | а) (1) $x=\left\{\frac{-7\pm\sqrt{17}}{2};-4;-3\right\}$<br>(2) $x=0$<br>(3) $x=\{-3;2\}$<br>б) $-\frac{15}{7}$ | 15 |
| 22. | а) $A=250$, $B=360$<br>б) $a_1=-74$ , $d=11$ | 15 |
| 23. | а) $f(x)=\frac{5}{4}x^2-4x+2$<br>б) $\frac{4\sqrt{2}}{5}$ cm | 15 |

**Задача 21.**

**Решение:**

**а) (1)** $\left|x^2+7x+10\right|=2 \Leftrightarrow x^2+7x+10=2 \cup x^2+7x+10=-2$

$x^2+7x+8=0 \cup x^2+7x+12=0$

$x=\dfrac{-7\pm\sqrt{17}}{2} \cup x=\{-4;-3\} \Leftrightarrow x=\left\{\dfrac{-7\pm\sqrt{17}}{2};-4;-3\right\}$

**(2)** Полагане $y=5^x>0$

$25^x+10.5^{x-1}-3=0 \Leftrightarrow \left|\begin{array}{l} y^2+2y-3=0 \\ \quad y>0 \end{array}\right.$

$\left|\begin{array}{l} y=\{-3;1\} \\ \quad y>0 \end{array}\right. \Leftrightarrow y=1 \Leftrightarrow 5^x=1 \Leftrightarrow x=0$

**(3)** $x^2\sqrt{2-x}=9\sqrt{2-x} \Leftrightarrow \left(x^2-9\right)\sqrt{2-x}=0$

$\left|\begin{array}{l} x\in(-\infty;2) \\ x^2-9=0 \end{array}\right. \cup \left|x=2\right. \Leftrightarrow \left|\begin{array}{l} x\in(-\infty;2) \\ \quad x=\pm3 \end{array}\right. \cup \left|x=2\right. \Leftrightarrow x=\{-3;2\}$

**б)** $\dfrac{\dfrac{-7-\sqrt{17}}{2}+\dfrac{-7+\sqrt{17}}{2}-4-3+0-3+2}{7}=-\dfrac{15}{7}$

**Примерни критерии за оценяване и точки по критериите, съпътстващи решението:**

| | |
|---|---|
| а) (1) $x=\left\{\dfrac{-7\pm\sqrt{17}}{2};-4;-3\right\}$ | 4точки |
| (2) Полагане $y=5^x>0$ и получаване $x=0$ | 4 точки |
| (3) $x=\{-3;2\}$ | 4 точки |
| б) $-\dfrac{15}{7}$ | 3 точки |

**Задача 22.**

**Решение:**

**а)** Намиране на стойностите на $A$ и $B$ от равенствата $B-A=110$ и $\sqrt{B}-\sqrt{A}=\sqrt{10}$

*I начин*. От $B-A=\underbrace{\left(\sqrt{B}-\sqrt{A}\right)}_{\sqrt{10}}\left(\sqrt{B}+\sqrt{A}\right)=110$ се намира $\sqrt{B}+\sqrt{A}=\dfrac{110}{\sqrt{10}}=11\sqrt{10}$.

Чрез събиране и изваждане на равенствата $\left|\begin{array}{l}\sqrt{B}-\sqrt{A}=\sqrt{10}\\ \sqrt{B}+\sqrt{A}=11\sqrt{10}\end{array}\right.$ се получава $\sqrt{B}=6\sqrt{10}$, $\sqrt{A}=5\sqrt{10}$, от които се намира $B=360$ и $A=250$.

*II начин*. Заместване на $B=A+110$ в равенството $\sqrt{B}-\sqrt{A}=\sqrt{10}$ и решаване на ирационалното уравнение $\sqrt{A+110}=\underbrace{\sqrt{A}+\sqrt{10}}_{+}$ $\Leftrightarrow$ $A+110=A+2\sqrt{10A}+10$ $\Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow$ $\sqrt{10A}=50$ $\Leftrightarrow$ $10A=2500$ $\Leftrightarrow$ $A=250$. Тогава $B=A+110=360$.

**б)** Сумите $A$ и $B$ са с по 10 члена и $A=\dfrac{a_1+a_{19}}{2}.10=\dfrac{a_1+a_1+18d}{2}.10=10\left(a_1+9d\right)$, $B=\dfrac{a_2+a_{20}}{2}.10=\dfrac{a_1+d+a_1+19d}{2}.10=10\left(a_1+10d\right)$.

За $a_1$ и $d$ се получава системата

$$\left|\begin{array}{l}10(a_1+10d)=360\\ 10(a_1+9d)=250\end{array}\right. \Leftrightarrow \left|\begin{array}{l}a_1+10d=36\\ a_1+9d=25\end{array}\right. \Leftrightarrow d=11,\ a_1=-74$$

Следователно $a_1=-74$, $d=11$.

**Примерни критерии за оценяване и точки по критериите, съпътстващи решението:**

| | |
|---|---|
| а) Намиране на $A=250$ | 5 точки |
| Намиране на $B=360$ | 5 точки |
| б) Получаване на системата $\left\lvert\begin{array}{l}10\left(a_1+10d\right)=360\\ 10\left(a_1+9d\right)=250\end{array}\right.$ | 3 точки |
| Намиране на решенията $a_1=-74$, $d=11$ | 2 точки |

**Задача 23.**

**Решение:**

а) Ако $MK = x \Rightarrow NK = 2 - x$ и $x \in (0,2)$.

Нека катетът на триъгълника е $a \Rightarrow 2a^2 = x^2 \Rightarrow a = \dfrac{x}{\sqrt{2}}$ и $S_1 = \dfrac{x^2}{4}$

$S_2 = (2-x)^2 \Rightarrow S_1 + S_2 = \dfrac{5}{4}x^2 - 4x + 4$

б) Търси се най-малката стойност на функцията $f(x) = \dfrac{5}{4}x^2 - 4x + 4$ при $x \in (0,2)$

Квадратната функция достига своя минимум при $x = \dfrac{8}{5}$ и $\dfrac{8}{5} \in (0,2)$ $\Rightarrow a = \dfrac{8}{5\sqrt{2}} = \dfrac{4\sqrt{2}}{5}$

**Примерни критерии за оценяване и точки по критериите, съпътстващи решението:**

| | |
|---|---|
| а) $S_1 = \dfrac{x^2}{4}$ | 6 точки |
| $S_2 = (2-x)^2 \Rightarrow S_1 + S_2 = \dfrac{5}{4}x^2 - 4x + 4$ | 3 точки |
| б) Търсене на най-малката стойност на $f(x) = \dfrac{5}{4}x^2 - 4x + 4$ при $x \in (0,2)$ | 3 точки |
| $x = \dfrac{8}{5}$ и $\dfrac{8}{5} \in (0,2)$ $\Rightarrow a = \dfrac{8}{5\sqrt{2}} = \dfrac{4\sqrt{2}}{5}$ | 3 точки |