

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА

ДЪРЖАВЕН ЗРЕЛОСТЕН ИЗПИТ

ПО МАТЕМАТИКА

28.05.2021 г. - Вариант 1

Ключ с верните отговори

№	Отговор	Брой точки
1	Б	2
2	Г	2
3	Б	2
4	А	2
5	В	2
6	А	2
7	Г	2
8	Г	2
9	Б	2
10	А	2
11	В	3
12	Б	3
13	А	3
14	Г	3
15	А	3
16	Г	3
17	Г	3
18	Б	3
19	Г	3
20	В	3
21	2	4
22	-1	4
23	$S_{10} = -\frac{682}{7} = -97\frac{3}{7}$	4
24	$X = 30$	4
25	$18\sqrt{3} \text{ cm}^2$	4
26	а) $x \in (0;1)$ б) не принадлежи	10

27	$\alpha = 30^\circ$	10
28	$S_{ABCD} = \frac{24+16\sqrt{3}}{3}$	10

Задача 26. Решение.

Примерни критерии за оценяване и точки по критериите, съпътстващи решението:

$\begin{array}{l} a) \left \begin{array}{l} x^2 - 6x + 8 > 0 \\ \frac{1}{x} > 1 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left \begin{array}{l} (x-2)(x-4) > 0 \\ \frac{1-x}{x} > 0 \\ x \neq 0 \end{array} \right. \Leftrightarrow \end{array}$	6 точки
$\left \begin{array}{l} (x-2)(x-4) > 0 \\ (1-x)x > 0 \\ x \neq 0 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left \begin{array}{l} x \in (-\infty; 2) \cup (4; \infty) \\ x \in (0; 1) \end{array} \right. \Rightarrow x \in (0; 1)$	
б) За $f\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4} + 3 + 8 = 11\frac{1}{4}$	1 точка
За $g(\sqrt{2}) = \frac{\sqrt{2}}{2}$	1 точка
Следователно $A = \frac{1}{45} f\left(-\frac{1}{2}\right) - \sqrt{2} g(\sqrt{2}) = \frac{1}{45} \cdot 45\frac{1}{4} - \sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = -\frac{3}{4}$	1 точка
Числото $A = -\frac{3}{4} \notin (0; 1)$	1 точка

Задача 27. Решение.

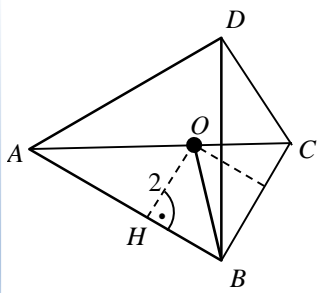
Примерни критерии за оценяване и точки по критериите, съпътстващи решението:

$\sqrt{3} \frac{\sin 17^\circ \sin 13^\circ}{\cos 17^\circ \cos 13^\circ} + 3 \left(\frac{\sin 17^\circ}{\cos 17^\circ} + \frac{\sin 13^\circ}{\cos 13^\circ} \right)$	1 точка
$\sqrt{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot (\cos 4^\circ - \cos 30^\circ) \cdot \frac{1}{\cos 17^\circ \cos 13^\circ} + 3 \cdot \frac{\sin 30^\circ}{\cos 17^\circ \cos 13^\circ}$	1 точка
$\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\cos 4^\circ}{\cos 17^\circ \cos 13^\circ} + \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{\cos 17^\circ \cos 13^\circ}$	2 точки
$\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \left(\frac{\cos 4^\circ}{\cos 17^\circ \cos 13^\circ} + \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\cos 17^\circ \cos 13^\circ} \right)$	2 точки
$\frac{\sqrt{3}}{2} \left(\frac{\cos 4^\circ + \cos 30^\circ}{\cos 17^\circ \cos 13^\circ} \right) = \frac{\sqrt{3}}{2} \left(\frac{\cos 4^\circ + \cos 30^\circ}{\frac{1}{2}(\cos 4^\circ + \cos 30^\circ)} \right) = \sqrt{3}$	2 точки

$\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$	1 точка
$\alpha(0^\circ; 180^\circ) \Rightarrow \alpha = 30^\circ$	1 точка

Задача 28. Решение.

Примерни критерии за оценяване и точки по критериите, съпътстващи решението:

<p>Нека $AB = a, BC = b, CD = c, DA = d$.</p> <p>В четириъгълника $ABCD$ може да се впише окръжност $\Rightarrow a + c = b + d$</p>		1 точка
<p>AC е диаметър на описаната окръжност около $ABCD$</p> <p>$\Rightarrow \sphericalangle ABC = \sphericalangle CDA = 90^\circ \Rightarrow a^2 + b^2 = c^2 + d^2$</p>		1 точка
$\begin{cases} a + c = b + d \\ a^2 + b^2 = c^2 + d^2 \end{cases} \Rightarrow a - c = d - b \Rightarrow a = d \text{ и } c = b$		1 точка
<p>Четириъгълникът $ABCD$ е вписан в окръжност и</p> <p>$\sphericalangle BCD = 120^\circ \Rightarrow \sphericalangle BAD = 60^\circ$, но $a = d \Rightarrow \triangle BAD$ е равностранен</p> <p>$\Rightarrow BD = a$</p>		1 точка
<p>От косинусова (или синусова) теорема за равнобедрения</p> <p>$\triangle BCD (\sphericalangle BCD = 120^\circ) \Rightarrow a = \sqrt{3}b$</p>		1 точка
<p>Нека O е центъра на вписаната окръжност в $ABCD$. $O \in AC$, защото</p> <p>$AC \equiv S_{BD}$ и $O = AC \cap l_{\sphericalangle ABC}$</p>		1 точка
<p>За намиране на $a = 2\sqrt{3} + 2$</p>		2 точки
<p>За намиране на лицето</p> $S_{ABCD} = pr = 2(a+b) = \frac{2\sqrt{3}}{3}(\sqrt{3}+1)a = \frac{4\sqrt{3}(\sqrt{3}+1)^2}{3} = \frac{24+16\sqrt{3}}{3}$		2 точки