

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА

ДЪРЖАВЕН ЗРЕЛОСТЕН ИЗПИТ

ПО МАТЕМАТИКА

21.05.2021 г. - Вариант 1

МОДУЛ 2

Време за работа – 150 минути

Отговорите на задачите от 21. до 25. включително запишете в свитъка за свободните отговори!

21. Пресметнете стойността на израза $A = \sqrt{3B + 2C}$, където $B = \log_2(\log_3 81)$, а

$$C = \left(\frac{1}{81}\right)^{\log_{16} \frac{1}{2}}.$$

22. Намерете множеството от решенията на неравенството $x^2 + 2x \leq \frac{9}{x^2 + 2x}$.

23. Дадена е аритметична прогресия с n члена, за която $a_1 = 1$, $a_3 = 13$ и $S_n = 280$.

Намерете броя n на членовете.

24. В купа има 4 червени и 7 черни топки. Намерете вероятността при едновременно изваждане на три топки поне една от тях да е червена топка.

25. В $\triangle ABC$ страните AB , BC и AC са с дължини съответно $2\sqrt{2}$ cm, $\sqrt{5}$ cm и 1 cm. Ако CC_1 е височината през върха C , намерете радиуса на вписаната в $\triangle ACC_1$ окръжност.

Пълните решения с необходимите обосновки на задачите от 26. до 28. включително запишете в свитъка за свободните отговори!

26. Дадена е функцията $f(x) = \frac{x-2}{2(\sqrt{x-1}-1)} + \sqrt{x-1}$. Намерете:

а) дефиниционното ѝ множество;

б) стойностите на x , за които $f(x) = 1$.

27. Дадени са изразите $A = \frac{1 + \sin \alpha + \cos \alpha}{\sqrt{2} \cos \frac{\alpha}{2}}$ и $B = 2 \cos \left(45^\circ - \frac{\alpha}{2} \right)$. За допустимите

стойности на α докажете, че:

а) $A = B$;

б) $B = \frac{1 + \sqrt{7}}{2}$, ако $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \sqrt{7}$ и $\alpha \in (0^\circ; 180^\circ)$.

28. В окръжност k с център O е вписан $\triangle ABD$. Допирателната към окръжността k в точка D пресича правата AB в точка M (A е между B и M), като $MA = 2$ см, $AB = 6$ см и $\sphericalangle AMD = 60^\circ$.

а) Пресметнете дължината на MD и докажете, че $AD \perp MB$ и $O \in BD$.

б) Ако C е средата на дъгата \widehat{BD} , несъдържаща точката A , докажете, че дължината на $MC = 2\sqrt{10 + 4\sqrt{3}}$ см.