<u>МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА</u>

ДЪРЖАВЕН ЗРЕЛОСТЕН ИЗПИТ ПО МАТЕМАТИКА

28.08.2020 г. – Вариант 2

№ на задача	Верен отговор	Брой точки
1	В	2
2	Г	2
3	Г	2
4	В	2
5	Б	2
6	Б	2
7	А	2
8	А	2
9	Б	2
10	А	2
11	Г	3
12	А	3
13	В	3
14	В	3
15	Б	3
16	Б	3
17	Б	3
18	Г	3
19	В	3
20	А	3
21	$\frac{\sqrt{65}}{13}=\frac{5}{\sqrt{65}}=\sqrt{\frac{5}{13}}$	4
22	30°	4
23	$a_1=184$	4
24	28 или 28%	4

25	-1	**4**
26	б) $A=-\frac{3\sqrt{5}}{10}$	**10**
27	а) $D_f: x\in(-\infty;\,-1]\cup[2;\,\infty)$ $D_g: x\in[3;\,\infty)$ б) 5	**10**
28	$AB=CD=9\,\text{cm};\ AD=BC=3\,\text{cm};$ $BD=3\sqrt{7}\ \text{cm};\ AC=3\sqrt{13}\ \text{cm};$ $S_{ABCD}=\frac{27\sqrt{3}}{2}\ \text{cm}^2$	**10**

Задача 26.

Примерни критерии за оценяване и точки по критериите, съпътстващи решението:

а)

$A=\sin^3\alpha\cos3\alpha+\cos^3\alpha\sin3\alpha=\sin^2\alpha(\sin\alpha\cos3\alpha)+\cos^2\alpha(\cos\alpha\sin3\alpha)=$ $=\frac{1-\cos2\alpha}{2}.\frac{1}{2}.[\sin4\alpha+\sin(-2\alpha)]+\frac{1+\cos2\alpha}{2}.\frac{1}{2}.[\sin4\alpha+\sin2\alpha]=$ $=\frac{1}{4}(\sin4\alpha-\cancel{\sin4\alpha\cos2\alpha}-\cancel{\sin2\alpha}+\sin2\alpha\cos2\alpha+\sin4\alpha+\cancel{\sin4\alpha\cos2\alpha}+\cancel{\sin2\alpha}+\sin2\alpha\cos2\alpha)$ $=\frac{1}{4}(2\sin4\alpha+2\sin2\alpha\cos2\alpha)=\frac{1}{4}(2\sin4\alpha+\sin4\alpha)=\frac{3}{4}\sin4\alpha$	**6 т.**
б) От $\alpha\in\left(\frac{\pi}{8};\frac{3\pi}{8}\right)$ следва, че $4\alpha\in\left(\frac{\pi}{2};\frac{3\pi}{2}\right)$. Тъй като $\mathrm{tg}4\alpha=2$, то $4\alpha\in\left(\pi;\frac{3\pi}{2}\right)$ и $\sin4\alpha<0$ и $\cos4\alpha<0$.	**1 т.**
От $\mathrm{tg}4\alpha=2$ следва, че $\sin4\alpha=2\cos4\alpha$. Следователно $\sin^2 4\alpha+\cos^2 4\alpha=1\Leftrightarrow4\cos^2 4\alpha+\cos^2 4\alpha=1\overset{\cos4\alpha<0}{\Longleftrightarrow}\cos4\alpha=-\frac{\sqrt{5}}{5}$ и $\sin4\alpha=-\frac{2\sqrt{5}}{5}$.	**2 т.**
Следователно $A=\frac{3}{4}\sin4\alpha=-\frac{3}{4}.\frac{2\sqrt{5}}{5}=-\frac{3\sqrt{5}}{10}$.	**1 т.**

Задача 27.

Решение:

а) Дефиниционните множества D_f на $f(x)$ и D_g на $g(x)$ се определят по следния начин:

$D_f:(x-2)(x+1)\geq 0 \Leftrightarrow x\leq -1$ или $x\geq 2 \Leftrightarrow x\in(-\infty; -1]\cup[2; \infty)$

$D_g: x-3\geq 0 \Leftrightarrow x\geq 3 \Leftrightarrow x\in[3; \infty)$

б) Дефиниционното множество на уравнението е сечението на D_f и D_g, т.е. *DM:* $x\in[3; \infty)$.

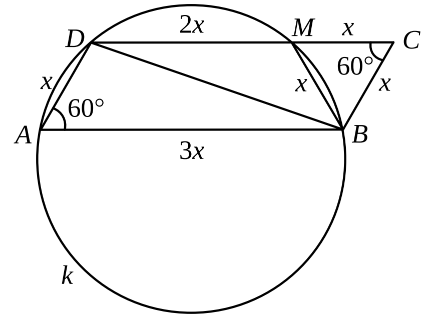
При $x\in[3; \infty)$ двете страни на уравнението $\sqrt{(x-2)(x+1)}=(x-2)\sqrt{x-3}$ приемат неотрицателни стойности и след повдигане в квадрат получаваме еквивалентното уравнение $(x-2)(x+1)=(x-2)^2(x-3) \Leftrightarrow (x-2)^2(x-3)-(x-2)(x+1)=0 \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow (x-2)\left[(x-2)(x-3)-(x+1)\right]=0 \Leftrightarrow (x-2)\left(x^2-6x+5\right)=0 \Leftrightarrow x_1=2,\ x_2=1,\ x_3=5$, като решение е само $x=5$, тъй като $x_1\notin DM$, $x_2\notin DM$.

Примерни критерии за оценяване и точки по критериите, съпътстващи решението:

а) Определяне на дефиниционните множества $D_f:\ x\in(-\infty; -1]\cup[2; \infty)$ и $D_g:\ x\in[3; \infty)$	**1 т.** **1 т.**
б) *DM:* $x\in[3; \infty)$	**1 т.**
Повдигане в квадрат на $\sqrt{(x-2)(x+1)}=(x-2)\sqrt{x-3}$ и получаване на уравнението $(x-2)(x+1)=(x-2)^2(x-3)$	**1 т.**
Преобразуване до $(x-2)\left(x^2-6x+5\right)=0$	**2 т.**
Намиране на корените $x_1=2$, $x_2=1$ и $x_3=5$	**2 т.**
Направен извод, че само $x=5$ е корен	**2 т.**

Задача 28.

Решение: Означаваме $CM = x$.



Тогава $MD = 2x$ и $AB = 3x$.

Тъй като $\sphericalangle BMC = 180° - \sphericalangle DMB = \sphericalangle BAD = 60°$, то тогава $\triangle BMC$ е равностранен и $CM = BM = BC = AD = x.$

В $\triangle ABD$ от косинусовата теорема намираме $BD^2 = AB^2 + AD^2 - 2AB.AD.\cos 60°$;

$BD^2 = 9x^2 + x^2 - 2.3x.x.\dfrac{1}{2} = 7x^2$ и $BD = x\sqrt{7}$, а от синусовата теорема получаваме

$BD = 2R.\sin 60° = 2\sqrt{21}.\dfrac{\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{7}$ cm. Следователно $x = 3$, $AB = 3x = 9$ cm, $AD = 3$ cm,

$BD = 3\sqrt{7}$ cm и $S_{ABCD} = AB.AD.\sin 60° = 9.3.\dfrac{\sqrt{3}}{2} = \dfrac{27\sqrt{3}}{2}$ cm^2.

Диагоналът AC намираме от равенството $AC^2 + BD^2 = 2AB^2 + 2AD^2$,

$AC^2 = 2.81 + 2.9 - 63 = 9(18 + 2 - 7) = 9.13$ и $AC = 3\sqrt{13}$ cm.

Примерни критерии за оценяване и точки по критериите, съпътстващи решението:

Доказване, че $\triangle BMC$ е равностранен	**1 т.**
Доказване, че $AD = BM$	**1 т.**
Получаване на $BD = x\sqrt{7}$	**2 т.**
Намиране на $BD = 3\sqrt{7}$ cm	**1 т.**
Намиране на $AB = 9$ cm	**1 т.**
Намиране на $AD = 3$ cm	**1 т.**
Намиране на $S_{ABCD} = \dfrac{27\sqrt{3}}{2}$ cm^2	**1 т.**
Намиране на $AC = 3\sqrt{13}$ cm	**2 т.**