<u>МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА</u>

ДЪРЖАВЕН ЗРЕЛОСТЕН ИЗПИТ ПО МАТЕМАТИКА

31.05.2019 г. – Вариант 2

Ключ с верните отговори

№	Верен отговор	Брой точки
1	**Б**	**2**
2	**Б**	**2**
3	**Г**	**2**
4	**В**	**2**
5	**А**	**2**
6	**Г**	**2**
7	**В**	**2**
8	**Б**	**2**
9	**В**	**2**
10	**В**	**2**
11	**А**	**3**
12	**В**	**3**
13	**Б**	**3**
14	**А**	**3**
15	**Г**	**3**
16	**Г**	**3**
17	**В**	**3**
18	**В**	**3**
19	**Б**	**3**
20	**В**	**3**
21	$A=-\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$	**4**
22	$(-1;\ 0)\cup(0;\ 1)$	**4**
23	62	**4**
24	15	**4**
25	24 cm^2	**4**
26		**10**

27	$\frac{8}{3}=2\frac{2}{3}$	**10**
28	$CL=\frac{15}{8}$ cm, $CM=\frac{\sqrt{19}}{2}$ cm, $r=\frac{3\sqrt{3}}{8}$ cm, $R=\frac{7\sqrt{57}}{18}$ cm	**10**

Критерии за оценяване и точки по критериите, съпътстващи решението:

Решение на задача 26:

$$A=\frac{\sin 2\alpha-\sin 3\alpha+\sin 4\alpha}{\cos 2\alpha-\cos 3\alpha+\cos 4\alpha}\overset{(1)}{=}\frac{2\sin 3\alpha.\cos(-\alpha)-\sin 3\alpha}{2\cos 3\alpha.\cos(-\alpha)-\cos 3\alpha}=\frac{2\sin 3\alpha.\cos\alpha-\sin 3\alpha}{2\cos 3\alpha.\cos\alpha-\cos 3\alpha}\overset{(2)}{=}$$

$$=\frac{\sin 3\alpha.(2\cos\alpha-1)}{\cos 3\alpha.(2\cos\alpha-1)}\overset{(3)}{=}\frac{\sin 3\alpha}{\cos 3\alpha}$$

$$B=\frac{\sin 6\alpha}{1+\cos 6\alpha}=\frac{2\sin 3\alpha.\cos 3\alpha}{1+\cos 6\alpha}=\frac{2\sin 3\alpha.\cos 3\alpha}{2\cos^2 3\alpha}=\frac{\sin 3\alpha}{\cos 3\alpha}(4)$$

$\Rightarrow A=B$.

За правилно прилагане на всяка от двете формули за сбор на синуси и косинуси в стъпка (1)	**по 1 точка**
За достигане до финала на стъпка (2)	**1 точка**
За стъпка (3)	**2 точки**
За прилагане на формулата за синус на удвоения ъгъл	**1 точка**
За прилагане на формулата $1+\cos 6\alpha=2\cos^2 3\alpha$	**2 точки**
За окончателно достигане до края на (4)	**1 точка**
За извода $A=B$	**1 точка**

Решение на задача 27:

Търсим корените на уравнението $\sqrt{x^2+6x}=3x-2$ и на уравнението $\sqrt{3x^2-2x}=4$.

$\sqrt{x^2+6x}=3x-2\Rightarrow x^2+6x=9x^2-12x+4\Leftrightarrow 4x^2-9x+2=0$

Корените на уравнението са $x_1=2$ и $x_2=\frac{1}{4}$. Проверката показва, че $x_2=\frac{1}{4}$ е чужд корен, а $x_1=2$ е решение на уравнението.

$\sqrt{3x^2-2x}=4\Leftrightarrow 3x^2-2x=16\Leftrightarrow 3x^2-2x-16=0$

Корените на уравнението са $x_3 = -2$ и $x_4 = \frac{8}{3}$, които са и решения на уравнението.

Тогава сборът от корените е: $2 - 2 + \frac{8}{3} = \frac{8}{3}$.

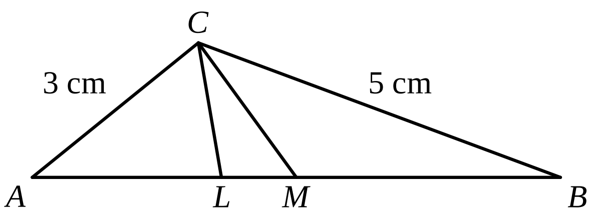
За достигане до квадратното уравнение $4x^2 - 9x + 2 = 0$ и решаването му.	**3 точки**
Извод, че $x_1 = 2$ е решение.	**1 точка**
Извод, че $x_2 = \frac{1}{4}$ е чужд корен.	**1 точка**
За достигането до квадратното уравнение $3x^2 - 2x - 16 = 0$ и решаването му.	**2 точки**
Извод, че $x_3 = -2$ е решение.	**1 точка**
Извод, че $x_4 = \frac{8}{3}$ е решение.	**1 точка**
За намиране на сбора от корените.	**1 точка**

Решение на задача 28:

От косинусовата теорема за $\triangle ABC$ определяме

$AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2AC.BC.\cos 120^\circ =$

$= 9 + 25 + 2.3.5.\frac{1}{2} = 49$ и $AB = 7$ cm.



Тогава $4CM^2 = 2AC^2 + 2BC^2 - AB^2 = 18 + 50 - 49 = 19$ и $CM = \frac{\sqrt{19}}{2}$ cm.

От свойството на ъглополовящата следва, че $\frac{AL}{LB} = \frac{AC}{BC} = \frac{3}{5}$, $AL = \frac{3}{8}AB = \frac{21}{8}$ cm,

$BL = \frac{5}{8}AB = \frac{35}{8}$ cm, $CL^2 = AC.BC - AL.BL = 3.5 - \frac{21}{8}.\frac{35}{8} = \frac{15^2}{8^2}$ и $CL = \frac{15}{8}$ cm.

Пресмятаме лицата на $\triangle ABC$, $\triangle ALC$ и $\triangle BMC$:

$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}AC.BC.\sin 120^\circ = \frac{15\sqrt{3}}{4}$ cm^2, $S_{\triangle ALC} = \frac{3}{8}S_{\triangle ABC} = \frac{45\sqrt{3}}{32}$ cm^2 и

$S_{\triangle BMC} = \frac{1}{2}S_{\triangle ABC} = \frac{15\sqrt{3}}{8}$ cm^2.

Полупериметърът на $\triangle ALC$ е $p=\frac{1}{2}(AC+AL+CL)=\frac{1}{2}\left(3+\frac{21}{8}+\frac{15}{8}\right)=\frac{15}{4}$ cm и от равенството $S_{\triangle ALC}=pr$ намираме $r=\frac{S_{\triangle ALC}}{p}=\frac{45\sqrt{3}.4}{32.15}=\frac{3\sqrt{3}}{8}$ cm.

От формулата $S_{\triangle BMC}=\frac{BM.BC.CM}{4R}$ получаваме

$$R=\frac{BM.BC.CM}{4S_{\triangle BMC}}=\frac{7.5.\sqrt{19}.8}{2.2.4.15\sqrt{3}}=\frac{7\sqrt{57}}{18}\text{ cm}.$$

Намиране на дължината на $AB=7$ cm.	**1 точка**
Определяне лицето на $\triangle ABC$: $S_{\triangle ABC}=\frac{15\sqrt{3}}{4}$ cm^2.	**1 точка**
Определяне на $CM=\frac{\sqrt{19}}{2}$ cm.	**2 точки**
Определяне на $CL=\frac{15}{8}$ cm.	**2 точки**
Определяне на $r=\frac{3\sqrt{3}}{8}$ cm.	**2 точки**
Определяне на $R=\frac{7\sqrt{57}}{18}$ cm.	**2 точки**

Забележка:

1. Намирането на ъглополовящата CL може да се направи и като се използва, че $S_{\triangle ABC}=S_{\triangle ALC}+S_{\triangle BLC}=\frac{1}{2}(AC+BC)CL.\sin 60^\circ$.

2. Намирането на радиуса R на описаната окръжност около $\triangle BMC$ може да бъде чрез определяне на $\cos\sphericalangle BMC$ (чрез прилагане на косинусова теорема за $\triangle BMC$), $\sin\sphericalangle BMC$ и $R=\frac{5}{2\sin\sphericalangle BMC}=\frac{5}{2.\frac{15\sqrt{57}}{133}}=\frac{7\sqrt{57}}{18}$ cm.