

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА

ДЪРЖАВЕН ЗРЕЛОСТЕН ИЗПИТ

ПО МАТЕМАТИКА

31.05.2019 г. – Вариант 2

МОДУЛ 2

Време за работа – 150 минути

Отговорите на задачите от 21. до 25. включително запишете в свитъка за свободните отговори!

Задача 21. Намерете стойността на израза $A = \frac{a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}}} + \frac{a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}}}$, ако $a = (2 + \sqrt{3})^{-1}$,

$$b = (2 - \sqrt{3})^{-1}.$$

Задача 22. Намерете решенията на неравенството $\frac{x^2 - 1}{x^2} + \frac{x^2}{x^2 - 1} \leq 2$.

Задача 23. Първият член на геометрична прогресия е равен на 2, а шестият ѝ член е равен на 64. Намерете сбора от първите пет члена на прогресията.

Задача 24. Децата в клуб по интереси са разделени на три групи. В две от групите има съответно 5 и 4 деца. Броят на начините да се състави отбор от 6 деца, в който се включват по 2 деца от всяка група, е 900. Колко са децата в клуба?

Задача 25. В $\triangle ABC$ е вписана окръжност с радиус $r = 2$ cm, която се допира до страната AB в точка T . Намерете лицето на триъгълника, ако $AT = BC = 6$ cm.

Пълните решения с необходимите обосновки на задачите от 26. до 28. включително запишете в свитъка за свободните отговори!

Задача 26. Докажете тъждеството $\frac{\sin 2\alpha - \sin 3\alpha + \sin 4\alpha}{\cos 2\alpha - \cos 3\alpha + \cos 4\alpha} = \frac{\sin 6\alpha}{1 + \cos 6\alpha}$ за всички допустими стойности на α .

Задача 27. Решете уравненията $\sqrt{3x^2 - 2x} - 4 = 0$ и $\sqrt{x^2 + 6x} - 3x + 2 = 0$ и намерете сбора от корените им.

Задача 28. В $\triangle ABC$ с дължини на страните $AC = 3$ cm, $BC = 5$ cm и $\sphericalangle ACB = 120^\circ$ е построена ъглополовящата CL ($L \in AB$) и медианата CM ($M \in AB$). Намерете дължините на CL , на CM , на радиуса r на вписаната в $\triangle ALC$ окръжност и на радиуса R на описаната окръжност около $\triangle BCM$.