МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА

ДЪРЖАВЕН ЗРЕЛОСТЕН ИЗПИТ

ПО МАТЕМАТИКА

23.05.2019 г. – Вариант 1

МОДУЛ 2

Време за работа – 150 минути

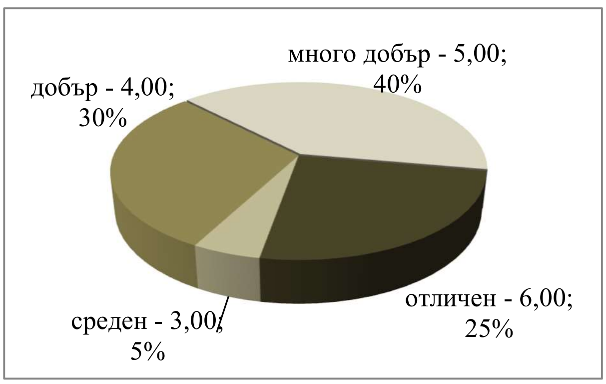
Отговорите на задачите от 21. до 25. включително запишете в свитъка за свободните отговори!

Задача 21. Пресметнете стойността на израза $A=\sqrt{\log_{\sqrt{2}} 4}+\left(\log_5 25\right)^{\log_2 6}$**.**

Задача 22. Намерете множеството от решенията на неравенството $\dfrac{x^2-5x+4}{x-x^2}\geq 0$ **.**

Задача 23. Дадена е крайна аритметична прогресия с първи член $a_1=2$ **и разлика** $d=4$**. Намерете броя на членовете на прогресията, ако е известно, че последният ѝ член е равен на сбора на първите** 20 **члена на редицата с общ член** $b_n=3n-1, n\in\mathbb{N}$.

Задача 24. На изпит 25% **от явилите се ученици имат оценка „отличен** 6,00**“,** 40% **– „много добър** 5,00**“,** 30% **– „добър** 4,00**“ и** 5% **– „среден** 3,00**“. Намерете средния успех (с точност до стотните) на явилите се на този изпит ученици.**



Задача 25. В $\triangle ABC$ **със страни** $AB=\sqrt{22}$ **cm,** $BC=4$ **cm и** $AC=6$ **cm медианата** AM $(M\in BC)$ **и ъглополовящата** CL $(L\in AB)$ **се пресичат в точка** N**. Намерете разликата** $AN-MN$ **от дължините на отсечките** AN **и** MN**.**

Пълните решения с необходимите обосновки на задачите от 26. до 28. включително запишете в свитъка за свободните отговори!

Задача 26. Решете уравнението $\left(x^2+2x\right)^2-\left(x+1\right)^2=55$.

Задача 27. Дадени са изразите $A=\sin^6\alpha+\cos^6\alpha-1,\ B=\sin^4\alpha+\cos^4\alpha-1$ **и** $C=\cos^2\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)-\sin\left(\frac{2\pi}{3}-\alpha\right)\sin\left(\alpha-\frac{\pi}{3}\right)$**.**

а) Докажете, че $A=\frac{3}{2}B$ **за всички допустими стойности на** α **.**

б) Докажете, че $C=\frac{3}{4}$ **за всички допустими стойности на** α **.**

Задача 28. Вписаната в тъпоъгълния $\triangle ABC$ **окръжност се допира до най-голямата му страна** AB **в точка** P **като** $AP=5$ **и** $BP=9$**. Ако радиусът на описаната окръжност около** $\triangle ABC$ **е** $R=\frac{14\sqrt{3}}{3}$**, намерете дължините на страните** AC **и** BC **и на ъглополовящата на** $\sphericalangle ACB$ **в** $\triangle ABC$**.**