МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА

ДЪРЖАВЕН ЗРЕЛОСТЕН ИЗПИТ ПО МАТЕМАТИКА

29.08.2019 г. – Вариант 2

Ключ с верните отговори

№ на задача	Отговор	Брой точки
1	Г	2
2	Б	2
3	В	2
4	В	2
5	Б	2
6	А	2
7	Г	2
8	Г	2
9	В	2
10	В	2
11	Б	3
12	Г	3
13	Б	3
14	Г	3
15	Б	3
16	Г	3
17	Б	3
18	Г	3
19	А	3
20	В	3
21	$3^{\frac{1}{2}}$ или $\sqrt{3}$	4
22	$\log_{0,08} m = -1$	4
23	-13	4
24	225	4
25	45°	4

26	$x_1 = 1$ и $x_2 = -\frac{1}{12}$	**10**
27	$\left(3\sqrt{2}; \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$, $\left(-3\sqrt{2}; -\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$, $\left(-3\sqrt{2}; \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ и $\left(3\sqrt{2}; -\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$	**10**
28	$AB = 4\sqrt{13}$ cm, $\sphericalangle ACB = 120°$, $S_{AKBC} = 64\sqrt{3}$ cm^2	**10**

Критерии за оценяване и точки по критериите, съпътстващи решението:

Задача 26:

Полагане $t = \sqrt{12x^2 - 11x}$, $t \geq 0$	**2 точки**
Получаване на уравнението $t^2 + t - 2 = 0$.	**1 точка**
Решаване на квадратното уравнение и получаване на корените $t_1 = 1$ и $t_2 = -2$.	**2 точки**
Извод, че $\sqrt{12x^2 - 11x} = -2$ няма реални корени.	**1 точка**
Решаване на $\sqrt{12x^2 - 11x} = 1 \Leftrightarrow 12x^2 - 11x - 1 = 0$ и получаване на корените $x_1 = 1$ и $x_2 = -\frac{1}{12}$.	**3 точки**
Извод, че $x_1 = 1$ и $x_2 = -\frac{1}{12}$ са решения на уравнението.	**1 точка**

Задача 27:

Първи **начин:**

Определяне $ДС: x \neq \pm 2y$.	**1 точка**
Полагане $t = \frac{x + 2y}{x - 2y}$.	**1 точка**

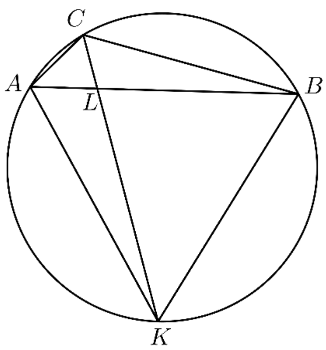
Достигане до уравнението $2t^2-5t+2=0$, решаване на уравнението и определяне на корените 2 и $\frac{1}{2}$.	**2 точки**
При $\frac{x+2y}{x-2y}=2 \Rightarrow x=6y$.	**1 точка**
Заместване във второто уравнение и получаване $36y^2+4y^2=20$ и $y_{1,2}=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}$.	**0,5 точки**
Получаване наредените двойки $\left(3\sqrt{2};\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ и $\left(-3\sqrt{2};-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$**,** които са от *ДС***.**	**По 0,5 точки за всяка от наредените двойки**
При $\frac{x+2y}{x-2y}=\frac{1}{2} \Rightarrow x=-6y$.	**1 точка**
Заместване във второто уравнение и получаване $36y^2+4y^2=20$ и $y_{1,2}=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}$.	**0,5 точки**
Получаване наредените двойки $\left(-3\sqrt{2};\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ и $\left(3\sqrt{2};-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$**,** които са от *ДС*.	**По 0,5 точки за всяка наредена двойка**
Записване на всички наредени двойки, които са решение.	**1 точка**

Втори **начин:**

Определяне *ДС*$: x\neq\pm 2y$**.**	**1 точка**
За освобождаване от знаменателя $\frac{x+2y}{x-2y}+\frac{x-2y}{x+2y}=\frac{5}{2} \Leftrightarrow 2(x+2y)^2+2(x-2y)^2=5(x^2-4y^2)$.	**3 точки**
Опростяване до $x^2=36y^2 \Leftrightarrow x=6y$ или $x=-6y$**.**	**2 точки**

Заместване във второто уравнение и получаване $36y^2+4y^2=20$ и $y_{1,2}=\pm\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.	**1 точка**
Получаване наредените двойки $\left(3\sqrt{2},\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)$ и $\left(-3\sqrt{2},-\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)$, които са от $ДС$.	**По 0,5 точки за всяка от наредените двойки**
Получаване и на наредените двойки $\left(-3\sqrt{2},\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)$ и $\left(3\sqrt{2},-\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)$, които са от $ДС$.	**По 0,5 точки за всяка наредена двойка**
Записване на всички наредени двойки, които са решение.	**1 точка**

Задача 28:



От свойството на ъглополовящата $\dfrac{AL}{BL}=\dfrac{AC}{BC}=\dfrac{1}{3}$.

Ако $AL=x$, то $BL=3x$. Прилагаме формулата за ъглополовящата $CL^2=AC.BC-AL.BL$.

Получаваме $3^2=4.12-x.3x\Rightarrow x^2=13$. Оттук $x=\sqrt{13}$ cm и $AB=4\sqrt{13}$ cm.

Прилагаме косинусова теорема за $\triangle ABC$: $\cos\sphericalangle ACB=\dfrac{4^2+12^2-16.13}{2.4.12}=-\dfrac{1}{2}$. Оттук намираме $\sphericalangle ACB=120^\circ$.

Намираме $\sphericalangle AKB=180^\circ-120^\circ=60^\circ$. Точка K е среда на дъгата AB, т.е. $AK=BK$. Следователно $\triangle ABK$ е равнобедрен и $\sphericalangle AKB=60^\circ$, т.е. $\triangle ABK$ е равностранен. $S_{\triangle ABK}=\dfrac{\sqrt{3}}{4}AB^2=\dfrac{\sqrt{3}}{4}.16.13=52\sqrt{3}$ cm^2, $S_{\triangle ABC}=\dfrac{1}{2}AC.BC.\sin 120^\circ=\dfrac{\sqrt{3}}{4}.4.12=12\sqrt{3}$ cm^2 и $S_{AKBC}=12\sqrt{3}+52\sqrt{3}=64\sqrt{3}$ cm^2.

За построен триъгълник с описана окръжност, ъглополовяща и точка K – среда на AB.	**1 точка**

За намиране на $\frac{AL}{BL}=\frac{AC}{BC}=\frac{1}{3}$.	**1 точка**
За въвеждане на неизвестно $AL=x, BL=3x$.	**1 точка**
За намиране на $x=\sqrt{13}$ cm и $AB=4\sqrt{13}$ cm.	**1 точка**
За намиране $\cos\sphericalangle ACB=\frac{4^2+12^2-16.13}{2.4.12}=-\frac{1}{2}$.	**1 точка**
За намиране на $\sphericalangle ACB=120^\circ$.	**1 точка**
За доказване, че $\triangle ABK$ е равностранен.	**1 точка**
За намиране на $S_{\triangle ABK}=52\sqrt{3}$ cm^2.	**1 точка**
За намиране на $S_{\triangle ABC}=12\sqrt{3}$ cm^2.	**1 точка**
За намиране на $S_{AKBC}=64\sqrt{3}$ cm^2.	**1 точка**

Ако е намерена мярката на $\sphericalangle ACB=120^\circ$ по друг начин и оттам дължината на AB, то общият брой точки за намиране на двата елемента е пак **5 точки**. По-нататък оценяването е за намерените елементи.