

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА

ДЪРЖАВЕН ЗРЕЛОСТЕН ИЗПИТ ПО

Математика – 20 май 2016 г.

ВАРИАНТ 1

Ключ с верните отговори

Въпроси с изборен отговор

Въпрос №	Верен отговор	Брой точки
1	Б	2
2	Г	2
3	Г	2
4	В	2
5	А	2
6	Г	2
7	А	2
8	А	2
9	В	2
10	Г	2
11	А	3
12	Б	3
13	Б	3
14	Б	3
15	А	3
16	В	3
17	В	3
18	А	3
19	Б	3
20	Б	3
21	$\frac{4}{15}$	4
22	$x \in (-3; 0) \cup (3; +\infty)$	4

23	$x = \frac{1}{2}$	4
24	56 ($P = 14, M = 17, S = 11$)	4
25	$10\sqrt{3} \text{ cm}^2$	4
26	$x_1 = -\frac{1}{3}, x_2 = -\frac{1}{63}$	10
27	5	10
28	$S_{ABCD} = 32\sqrt{3} \text{ cm}^2, r = 2\sqrt{3} \text{ cm},$ $R = \frac{4\sqrt{21}}{3} \text{ cm}$	10

Въпроси с решения

26. Решение и критерии за оценяване.

1. Полагане $\sqrt{\frac{16x}{x-1}} = t, t > 0$ (2 точки).

2. Получаване на уравнението $t + \frac{1}{t} = \frac{5}{2}$ (1 точка).

3. Намиране на $t_1 = 2, t_2 = \frac{1}{2}$ (1 точка).

4. Решаване на уравнението $\sqrt{\frac{16x}{x-1}} = 2$ и получаване на $x_1 = -\frac{1}{3}$ (2 точки).

5. Решаване на уравнението $\sqrt{\frac{16x}{x-1}} = \frac{1}{2}$ и получаване на $x_2 = -\frac{1}{63}$ (2 точки).

6. Установяване, че x_1 и x_2 са решения – чрез проверка или определяне на допустими стойности. (2 точки)

II начин. Повдигане на квадрат и получаване на уравнението $\frac{16x}{x-1} + \frac{x-1}{16x} = \frac{17}{4}$ (2 точки), като $x \neq 0, x \neq 1$ (1 точка).

Освобождаване от знаменател и получаване на уравнението $189x^2 + 66x + 1 = 0$ (3 точки).

Намиране на корените на уравнението $x_1 = -\frac{1}{3}, x_2 = -\frac{1}{63}$ (2 точки).

Установяване, че x_1 и x_2 са решения – чрез проверка или определяне на допустими стойности. (2 точки)

27. Решение и критерии за оценяване.

Определяне на геометричната прогресия a_1, a_1q, a_1q^2

Определяне на аритметичната прогресия a_1, a_1q+1, a_1q^2-1

$$\begin{cases} a_1 + a_1q + 1 + a_1q^2 = 21 \\ 2(a_1q + 1) = a_1 + a_1q^2 - 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_1(1+q+q^2) = 21 \\ a_1(2q-1-q^2) = -3 \end{cases} \Rightarrow \frac{a_1(1+q+q^2)}{a_1(2q-1-q^2)} = \frac{21}{-3} \Rightarrow$$

$$\frac{1+q+q^2}{2q-1-q^2} = -7 \quad DC_q \quad q \neq 1 \Rightarrow 6q^2 - 15q + 6 = 0 \Rightarrow 2q^2 - 5q + 2 = 0$$

$$q_{1,2} = \frac{5 \pm 3}{4} \quad q_1 = 2 \quad q_2 = \frac{1}{2}$$

Геометричната прогресия е растяща $\Rightarrow q = 2$ и $a_1 = 3$.

Геометричната прогресия е **3, 6, 12**, аритметичната прогресия е **3, 7, 11**.

За аритметичната прогресия $a_1 = 3, d = 4, S_n = 55$ и $S_n = \frac{2a_1 + (n-1)d}{2}$,

$$55 = \frac{2 \cdot 3 + (n-1)4}{2}n, \quad 4n^2 + 2n - 110 = 0, \quad 2n^2 + n - 55 = 0, \quad n_{1,2} = \frac{-1 \pm 21}{4}, \quad n_1 = 5 \in \mathbb{N} \text{ и}$$

$n_2 = -\frac{11}{2} \notin \mathbb{N}$. Тогава броят на членовете на аритметичната прогресия е $n = 5$.

Критерии за оценяване:

1. Означаване на членовете на аритметичната и геометричната прогресия – **1 точка**
2. Съставяне на системата – **2 точки**.
3. Решаване на системата и определяне на частното – **4 точки**.
4. Определяне на членовете на аритметичната прогресия – **1 точка**.
5. Съставяне на уравнение за определяне на броя на членовете и определяне на броя им – **2 точки**.

28. Решение и критерии за оценяване.

Прилагане на косинусова теорема за $\triangle BCD$ и определяне на $\sphericalangle BCD = 120^\circ$ (2 точки).

Използване на свойството на страните на описания четириъгълник и определяне зависимостта $AD = x, x > 0, AB = x + 4$ (1 точка).

За срещуположните ъгли на вписания четириъгълник $\sphericalangle A = 60^\circ$ (1 точка).

След косинусова теорема за $\triangle ABD$ и решаване на квадратното уравнение $x^2 + 4x - 96 = 0$, $x_1 = 8$ и $x_2 = -12$ и извод, че само $x_1 = 8$ е решение (**2 точки**).

Намиране на лицето на четириъгълника $S_{ABCD} = S_{\triangle ABD} + S_{\triangle BCD} \Rightarrow$

$$S_{\triangle ABCD} = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 8 \cdot \sin 120^\circ + \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 12 \cdot \sin 60^\circ; S_{ABCD} = 32\sqrt{3} \text{ cm}^2 \text{ (2 точки)}.$$

Определяне на радиуса на вписаната окръжност от $S = p \cdot r$, $r = 2\sqrt{3} \text{ cm}$ (**1 точка**).

Определяне на радиуса на описаната окръжност чрез синусова теорема за $\triangle ABD$,

$$\text{откъдето } 2R = \frac{4\sqrt{7}}{\sin 60^\circ} \text{ и } R = \frac{4\sqrt{21}}{3} \text{ cm (1 точка)}.$$