

**МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА**

**ДЪРЖАВЕН ЗРЕЛОСТЕН ИЗПИТ ПО**

**МАТЕМАТИКА**

**26.05.2015 г. – ВАРИАНТ 2**

*Отговорите на задачите от 1. до 20. включително отбелязвайте в листа за отговори!*

**1. Кое от числата е различно от останалите три ?**

- А) 0,6% от 60                      Б) 6% от 6                      В)  $\left(-\frac{50}{18}\right)^{-1}$                       Г)  $\left(-\frac{5}{3}\right)^{-2}$

**2. При  $x \neq \pm 1$  изразът  $\frac{x^2 + x}{x^2 - 1} - \frac{x^2}{x - 1}$  е тъждествено равен на:**

- А)  $-x$                       Б)  $x$                       В)  $-\frac{x^2}{x+1}$                       Г)  $\frac{x}{x-1}$

**3. Всички допустими стойности на израза  $\sqrt{\frac{2}{x-3}} - \sqrt{7-x}$  са:**

- А)  $x \in (-\infty; 7]$                       Б)  $x \in [3; 7)$                       В)  $x \in (3; 7)$                       Г)  $x \in (3; 7]$

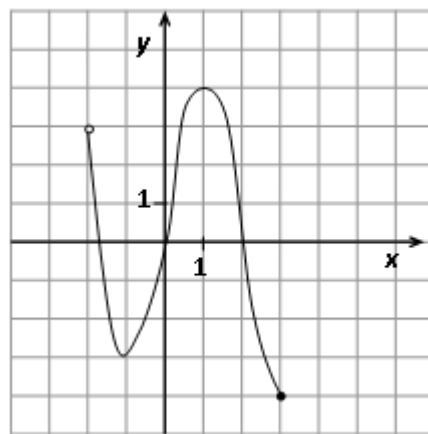
**4. Решенията на неравенството  $\frac{x-4}{2-3x} \leq 0$  са:**

- А)  $x \in \left(-\infty; \frac{2}{3}\right) \cup [4; +\infty)$                       Б)  $x \in \left[\frac{2}{3}; 4\right]$   
В)  $x \in \left(\frac{3}{2}; 4\right)$                       Г)  $x \in \left(-\infty; \frac{2}{3}\right] \cup (4; +\infty)$

**5. Стойността на израза  $5^{\log_5 3} - \sqrt{\log_5 \sqrt[9]{5}}$  е равна на:**

- А)  $\frac{1}{3}$                       Б)  $\frac{8}{3}$                       В) 3                      Г)  $\frac{10}{3}$

6. За  $x \in [0; 3]$  стойностите на функцията, зададена графично на чертежа, са от интервала:



- А)  $[-4; 4]$                       Б)  $[-4; 3]$   
 В)  $[-3; 4]$                       Г)  $(-2; 3]$

7. Броят на различните двойки  $(x; y)$ , които са решения на системата  $\begin{cases} x + 2y = 3 \\ 4x + 3y^2 = 15 \end{cases}$ , е:

- А) един                      Б) два                      В) три                      Г) четири

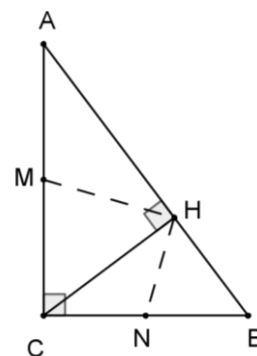
8. Стойността на израза  $\sin 15^\circ \cdot \sin 45^\circ \cdot \sin 75^\circ$  е равна на стойността на израза:

- А)  $\sin 45^\circ$               Б)  $\frac{1}{2} \sin 45^\circ$               В)  $\frac{1}{2} \sin 30^\circ \sin 45^\circ$               Г)  $\sin 30^\circ \sin 45^\circ$

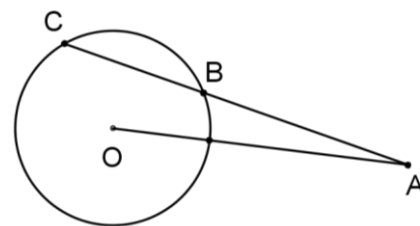
9. В правоъгълния  $\triangle ACB$  ( $\sphericalangle C = 90^\circ$ ) е построена височината  $CH$  ( $H \in AB$ ), а точките  $M$  и  $N$  са съответно средите на  $AC$  и  $BC$ .

Ако  $AC = 12$  и  $AB = 13$ , то отношението  $HM : HN$  е равно на:

- А) 1:2                      Б) 3:5                      В) 12:5                      Г) 5:12



10. На чертежа точката  $A$  е на разстояние 17 cm от центъра  $O$  на окръжност. Ако  $AB = 12$  cm и  $BC = 8$  cm, то диаметърът на окръжността е равен на:



- А) 7 cm                      Б)  $\sqrt{183}$  cm                      В) 14 cm                      Г)  $2\sqrt{183}$  cm

11. Числата  $\sqrt{2}$  и  $\sqrt{8}$  са корените на уравнението:

- А)  $x^2 - 3\sqrt{2}x + 4 = 0$                       Б)  $x^2 - 4x + 3\sqrt{2} = 0$   
 В)  $x^2 - 3\sqrt{2}x - 4 = 0$                       Г)  $x^2 + 4x - 3\sqrt{2} = 0$

12. Ако за  $n \in \mathbb{N}$  общият член на числова редица е  $a_n = (-1)^{n+1} \cdot 2n + (-1)^n$ , то  $a_{18}$  е:

- А) -37                                      Б) -35                                      В) 35                                      Г) 37

13. Частното на геометрична прогресия  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$ , за която  $a_1 = 3$  и  $a_6 = 96$ , е равно на:

- А)  $\sqrt[6]{32}$                                       Б) 5                                      В)  $\sqrt[6]{96}$                                       Г) 2

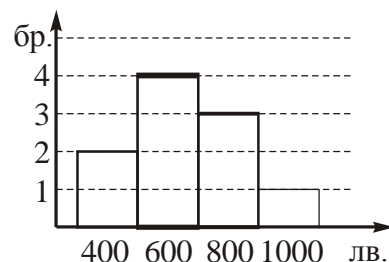
14. Най-голямата стойност на израза  $2\sin x \cos x - 1$  е равна на:

- А) 1                                      Б)  $\sqrt{2} - 1$                                       В) 0                                      Г) -1

15. Фирма изработва двуцветни шнурове чрез усукване на 2 различни по цвят прежди. Колко различни шнура могат да се изработят, ако се използват 10 различни по цвят прежди?

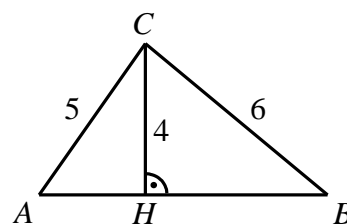
- А) 20                                      Б) 45                                      В) 90                                      Г) 100

16. На диаграмата са показани заплатите на всички служители в малко предприятие. Средната заплата в предприятието е:



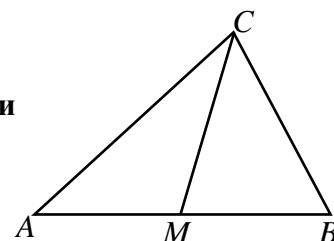
- А) 280 лв.                      Б) 600 лв.                      В) 660 лв.                      Г) 700 лв.

17. В  $\triangle ABC$  е построена височината  $CH (H \in AB)$ . Ако  $AC = 5$  cm,  $BC = 6$  cm и  $CH = 4$  cm, то радиусът на описаната около  $\triangle ABC$  окръжност е:



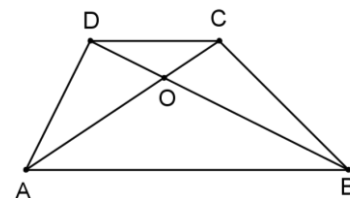
- А)  $\frac{15}{8}$  cm                      Б)  $\frac{15}{4}$  cm                      В)  $\frac{15}{2}$  cm                      Г) 2 cm

18. В  $\triangle ABC$  е построена медианата  $CM (M \in AB)$ . Ако  $AC = 4$ ,  $AB = 6$  и  $\cos \angle CAB = \frac{9}{16}$ , то медианата  $CM$  е равна на:

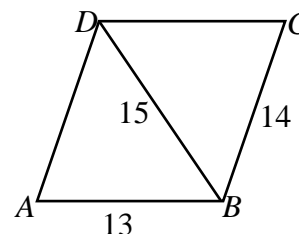


- А)  $\frac{1}{2}\sqrt{46}$                       Б)  $\frac{1}{2}\sqrt{79}$                       В)  $\sqrt{23}$                       Г)  $\sqrt{22}$

19. За трапеца  $ABCD$  ( $AB \parallel CD$ ) е дадено, че  $OC : AC = 1 : 3$ , където  $O$  е пресечната точка на диагоналите. Ако лицето на триъгълника  $\triangle AOB$  е  $36 \text{ cm}^2$ , то лицето на  $\triangle DOC$  е равно на:
- А)  $4 \text{ cm}^2$       Б)  $9 \text{ cm}^2$       В)  $12 \text{ cm}^2$       Г)  $18 \text{ cm}^2$



20. В успоредника  $ABCD$   $AB = 13 \text{ cm}$ ,  $BC = 14 \text{ cm}$ , а диагональт  $BD = 15 \text{ cm}$ . Разстоянието от върха  $A$  до правата  $BC$  е равно на:
- А)  $12 \text{ cm}$       Б)  $11,2 \text{ cm}$       В)  $6 \text{ cm}$       Г)  $3 \text{ cm}$

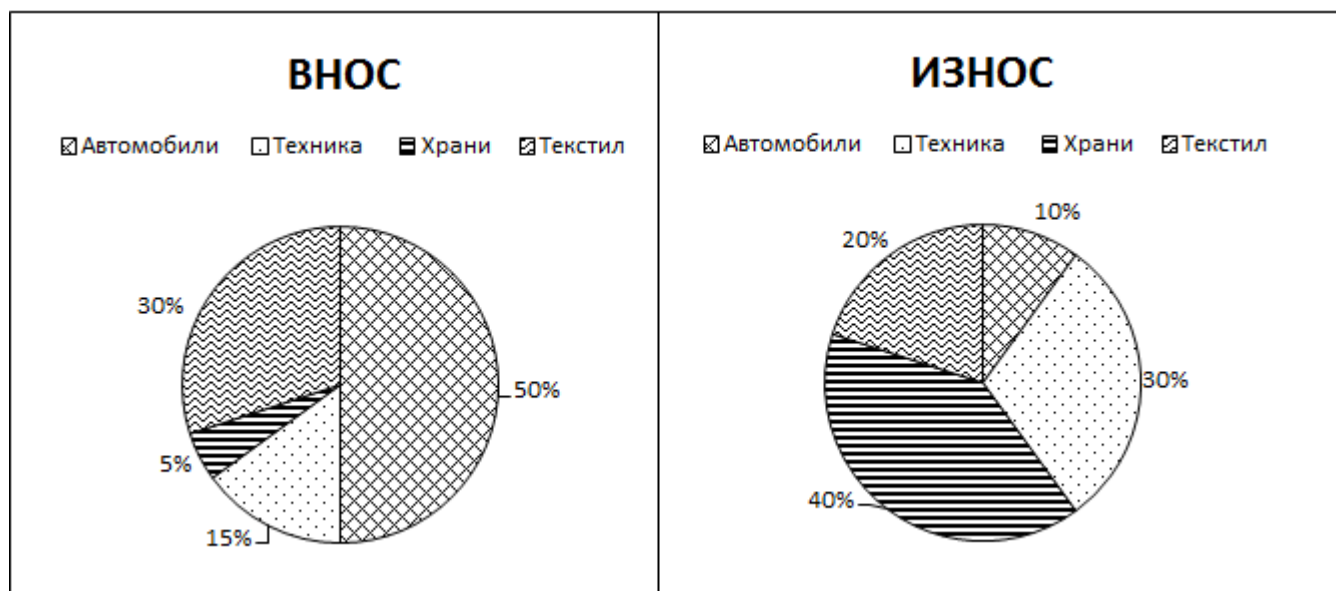


Отговорите на задачите от 21. до 25. включително запишете в свитъка за свободните отговори!

21. Намерете произведението от реалните корени на уравнението  $4x^4 - 11x^2 - 3 = 0$ .

22. Ако  $\sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{5}}$  и  $\alpha \in (90^\circ; 180^\circ)$ , то намерете стойността на израза  $\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{cotg} \alpha$ .

23. На диаграмите са дадени процентните разпределения на вноса и на износа на четири вида стоки за тримесечен период от време. Левовата равностойност на вноса за цитирания период е 30 милиона лева, а на износа – 20 милиона лева.



- Ако  $x$  е сумата в лв. за внесената за този период техника, а  $y$  – сумата в лв. за изнесената техника за същия период от време, то намерете отношението  $\frac{x}{y}$ .

24. В четириъгълника  $ABCD$   $\sphericalangle ABC = 90^\circ$ ,  $AB = 8$  cm,  $AD = CD = \sqrt{29}$  cm и  $BC = 6$  cm.

Намерете лицето на четириъгълника.

25. Даден е  $\triangle ABC$  със страни  $AB = 5$  cm,  $AC = 3$  cm и ъглополовяща  $AL = \frac{3\sqrt{5}}{2}$  cm.

Намерете радиуса на вписаната в  $\triangle ABC$  окръжност.

Пълните решения с необходимите обосновки на задачите от 26. до 28. включително запишете в свитъка за свободните отговори!

26. Решете уравнението  $\sqrt{x+9} = \sqrt{\lg 100} + \sqrt{1-x}$ .

27. Даден е равностранен  $\triangle ABC$ . На всяка от страните му са отбелязани по две точки, които я делят на 3 равни части. Върху  $AC$  са взети точките  $A_1$  и  $A_2$  ( $A_1$  е между  $A$  и  $A_2$ ), върху  $BC$  – точките  $B_1$  и  $B_2$  ( $B_1$  е между  $B$  и  $B_2$ ), а на  $AB$  – точките  $C_1$  и  $C_2$  ( $C_1$  е между  $A$  и  $C_2$ ). Построени са нови триъгълници, за които единият от върховете е връх на  $\triangle ABC$ , а останалите два са измежду отбелязаните точки на делене, които лежат на страните на дадения триъгълник, пресичащи се в избрания връх. Определете броя на всички такива триъгълници. Аргументирайте и запишете всички триъгълници, които са получени по посочения начин и са подобни на  $\triangle ABC$ . Намерете вероятността при случаен избор на един от новите триъгълници, той да е подобен на  $\triangle ABC$ .

28. Трапецът  $ABCD$   $AB \parallel CD$ ,  $AB > CD$  е вписан в окръжност с радиус 4. Ако

$\sin \sphericalangle BAD = \frac{\sqrt{7}}{3}$  и  $AD = 2\sqrt{7}$ , докажете, че в трапеца може да се впише окръжност и

намерете радиуса ѝ.

## ФОРМУЛИ

### Квадратно уравнение

$$ax^2 + bx + c = 0, \quad a \neq 0 \quad D = b^2 - 4ac \quad x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} \quad \text{при } D \geq 0$$
$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2) \quad \text{Формули на Виет: } x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \quad x_1 x_2 = \frac{c}{a}$$

### Квадратна функция

Графиката на  $y = ax^2 + bx + c$ ,  $a \neq 0$  е парабола с връх точката  $\left(-\frac{b}{2a}; -\frac{D}{4a}\right)$

### Корен. Степен и логаритъм

$$\sqrt[2k]{a^{2k}} = |a| \quad \sqrt[2k+1]{a^{2k+1}} = a \quad \text{при } k \in \mathbb{N}$$
$$\frac{1}{a^m} = a^{-m}, \quad a \neq 0 \quad \sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}} \quad \sqrt[n]{\sqrt[k]{a}} = \sqrt[nk]{a} \quad \sqrt[nk]{a^{mk}} = \sqrt[n]{a^m} \quad \text{при } a \geq 0, k \geq 2, n \geq 2 \text{ и } m, n, k \in \mathbb{N}$$
$$a^x = b \Leftrightarrow \log_a b = x \quad a^{\log_a b} = b \quad \log_a a^x = x \quad \text{при } a > 0, b > 0 \text{ и } a \neq 1$$

### Комбинаторика

Брой на пермутациите на  $n$  елемента:  $P_n = n \cdot (n-1) \dots 3 \cdot 2 \cdot 1 = n!$

Брой на вариациите на  $n$  елемента  $k$ -ти клас:  $V_n^k = n \cdot (n-1) \dots (n-k+1)$

Брой на комбинациите на  $n$  елемента  $k$ -ти клас:  $C_n^k = \frac{V_n^k}{P_k} = \frac{n \cdot (n-1) \dots (n-k+1)}{k \cdot (k-1) \dots 3 \cdot 2 \cdot 1}$

Вероятност за настъпване на събитието  $A$ :

$$p(A) = \frac{\text{брой на благоприятните случаи}}{\text{брой на възможните случаи}}, \quad 0 \leq p(A) \leq 1$$

### Прогресии

Аритметична прогресия:  $a_n = a_1 + (n-1)d$   $S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n = \frac{2a_1 + (n-1)d}{2} \cdot n$

Геометрична прогресия:  $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$   $S_n = a_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}, \quad q \neq 1$

Формула за сложна лихва:  $K_n = K \cdot q^n = K \cdot \left(1 + \frac{P}{100}\right)^n$

### Зависимости в триъгълник и успоредник

Правоъгълен триъгълник:  $c^2 = a^2 + b^2$        $S = \frac{1}{2}ab = \frac{1}{2}ch_c$        $a^2 = a_1c$        $b^2 = b_1c$

$h_c^2 = a_1b_1$        $r = \frac{a+b-c}{2}$        $\sin \alpha = \frac{a}{c}$        $\cos \alpha = \frac{b}{c}$        $\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}$        $\operatorname{cotg} \alpha = \frac{b}{a}$

Произволен триъгълник:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha \quad b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \beta \quad c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma \quad \frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R$$

Формула за медиана:

$$m_a^2 = \frac{1}{4}(2b^2 + 2c^2 - a^2) \quad m_b^2 = \frac{1}{4}(2a^2 + 2c^2 - b^2) \quad m_c^2 = \frac{1}{4}(2a^2 + 2b^2 - c^2)$$

Формула за ъглополовяща:  $\frac{a}{b} = \frac{n}{m}$        $l_c^2 = ab - mn$

Формула за диагоналите на успоредник:  $d_1^2 + d_2^2 = 2a^2 + 2b^2$

### Формули за лице

Триъгълник:  $S = \frac{1}{2}ch_c$        $S = \frac{1}{2}ab \sin \gamma$        $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$

$$S = pr \quad S = \frac{abc}{4R}$$

Успоредник:  $S = ah_a$        $S = ab \sin \alpha$       Трапец:  $S = \frac{a+b}{2}h$

Четириъгълник:  $S = \frac{1}{2}d_1d_2 \sin \varphi$

Описан многоъгълник:  $S = pr$

### Тригонометрични функции

$\alpha^\circ$	$0^\circ$	$30^\circ$	$45^\circ$	$60^\circ$	$90^\circ$
$\alpha \text{ rad}$	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\operatorname{tg} \alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	–
$\operatorname{cotg} \alpha$	–	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0

	$-\alpha$	$90^\circ - \alpha$	$90^\circ + \alpha$	$180^\circ - \alpha$
sin	$-\sin \alpha$	$\cos \alpha$	$\cos \alpha$	$\sin \alpha$
cos	$\cos \alpha$	$\sin \alpha$	$-\sin \alpha$	$-\cos \alpha$
tg	$-\operatorname{tg} \alpha$	$\operatorname{cotg} \alpha$	$-\operatorname{cotg} \alpha$	$-\operatorname{tg} \alpha$
cotg	$-\operatorname{cotg} \alpha$	$\operatorname{tg} \alpha$	$-\operatorname{tg} \alpha$	$-\operatorname{cotg} \alpha$

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$$

$$\operatorname{tg}(\alpha \pm \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha \pm \operatorname{tg} \beta}{1 \mp \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta}$$

$$\operatorname{cotg}(\alpha \pm \beta) = \frac{\operatorname{cotg} \alpha \operatorname{cotg} \beta \mp 1}{\operatorname{cotg} \beta \pm \operatorname{cotg} \alpha}$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1 = 1 - 2 \sin^2 \alpha$$

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}$$

$$\operatorname{cotg} 2\alpha = \frac{\operatorname{cotg}^2 \alpha - 1}{2 \operatorname{cotg} \alpha}$$

$$\sin^2 \alpha = \frac{1}{2}(1 - \cos 2\alpha)$$

$$\cos^2 \alpha = \frac{1}{2}(1 + \cos 2\alpha)$$

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\sin \alpha - \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha - \beta}{2} \cos \frac{\alpha + \beta}{2}$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$1 - \cos \alpha = 2 \sin^2 \frac{\alpha}{2}$$

$$1 + \cos \alpha = 2 \cos^2 \frac{\alpha}{2}$$

$$\sin \alpha \sin \beta = \frac{1}{2}(\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta))$$

$$\cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2}(\cos(\alpha - \beta) + \cos(\alpha + \beta))$$

$$\sin \alpha \cos \beta = \frac{1}{2}(\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta))$$