МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА

ДЪРЖАВЕН ЗРЕЛОСТЕН ИЗПИТ ПО

Математика – 26 май 2015 г.

ВАРИАНТ 2

Ключ с верните отговори

Въпроси с изборен отговор

Въпрос №	Верен отговор	Брой точки
1	**В**	2
2	**А**	2
3	**Г**	2
4	**А**	2
5	**Б**	2
6	**А**	2
7	**Б**	2
8	**В**	2
9	**В**	2
10	**В**	2
11	**А**	3
12	**Б**	3
13	**Г**	3
14	**В**	3
15	**Б**	3
16	**В**	3
17	**Б**	3
18	**А**	3
19	**Б**	3
20	**А**	3
21	-3	4
22	$-\frac{5}{2}$ или $-2,5$	4
23	$\frac{3}{4}$ **или** $3:4$ **или** $0,75$	4
24	$S_{ABCD}=34\,cm^2$	4
25	$r=1cm$	4
26	$x_1=-1$	10
27	$P=\frac{1}{2}$	10
28	$r=\frac{7}{3}$	10

Въпроси с решения

26. Критерии за оценяване:

1. Заместване в уравнението на $\sqrt{\lg 100}$ с $\sqrt{2}$. (1 т.)

2. Повдигане на двете страни на уравнението на втора степен, приведение и свеждане до уравнение с един радикал ($x+3=\sqrt{2(1-x)}$ или $\sqrt{(x+9)(1-x)}=4$

или $x+5=\sqrt{2(x+9)}$). (3 т.)

3. Свеждане на уравнението до квадратното уравнение $x^2+8x+7=0$. (2 т.)

4. Намиране на корените $x_1=-1$ и $x_2=-7$ на уравнението $x^2+8x+7=0$. (2 т.)

5. Отхвърляне на отговор $x_2=-7$ и даване на правилния отговор $x_1=-1$ чрез пряка проверка или множествата, в които се извършват нееквивалентните преобразувания на ирационалното уравнение. (2 т.)

27. Критерии за оценяване:

1. Определяне на броя на всички триъгълници, получени по посочения начин (за всеки от трите върха на $\triangle ABC$ по 4 триъгълника 3.4=12) (2 т.)

2. Изписване на всичките триъгълници, получени по описания начин –

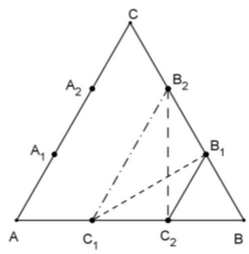
$\triangle A_1B_1C$ и $\triangle A_2B_2C$, $\triangle A_1C_1A$ и $\triangle A_2C_2A$, $\triangle B_1C_2B$ и $\triangle B_2C_1B$ подобни на дадения. (6 т.)

3. За извода, че всички равностранни триъгълници, получените по описания начин, са подобни на дадения. (1 т.)

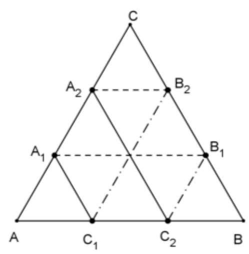
4. Намиране на търсената вероятност – $P=\dfrac{6}{12}$ (1т.)

Решение:

Броят на всички триъгълници, получени по посочения начин е 3.4=12.



Построените равностранни триъгълници по искания начин са подобни на $\triangle ABC$ по първи признак. Броят на всички такива триъгълници е 6. Ако приемем, че страната на $\triangle ABC$ е a, то



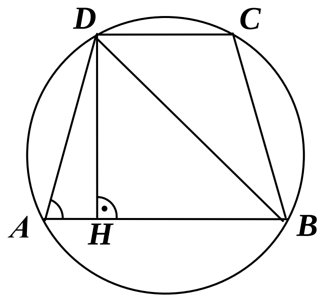
Дължина на страната	Подобни триъгълници на $\triangle ABC$	Брой
$\frac{1}{3}a$	$\triangle A_2B_2C$, $\triangle A_1C_1A$ и $\triangle B_1C_2B$	3
$\frac{2}{3}a$	$\triangle A_1B_1C$, $\triangle A_2C_2A$ и $\triangle B_2C_1B$	3

Търсената вероятност $P=\frac{1}{2}$

28. Критерии за оценяване:

1. За извода, че трапецът е равнобедрен. (1т.)
2. За построяване на височината $DH \perp AB$ $H \in AB$ и намиране $DH=\frac{14}{3}$. (1 т.)
3. За намиране на диагонала $BD=\frac{8\sqrt{7}}{3}$. (2 т.)
4. За намиране на $BH=2\sqrt{7}$. (1 т.)
5. За обосновка, че $BH=\frac{AB+CD}{2}$. (1 т.)
6. За намиране на $AB+CD=4\sqrt{7}$. (1т.)
7. За намиране на $AD+BC=4\sqrt{7}$ (1т.)
8. За извода, че в трапеца може да се впише окръжност ($AD + BC = AB + CD$). (1 т.)
7. За намиране на радиуса на вписаната окръжност $r=\frac{7}{3}$. (1 т.)

Решение:



Щом трапецът е вписан в окръжност, то той е равнобедрен, т.е. $AD = BC$. Построяваме $DH \perp AB$ $H \in AB$.

$\triangle ADH$: $DH=AD\sin\sphericalangle BAD=2\sqrt{7}.\frac{\sqrt{7}}{3}=\frac{14}{3}$. От синусова теорема за $\triangle ABD$: $\frac{BD}{\sin\sphericalangle BAD}=2R$ и $BD=2.4.\frac{\sqrt{7}}{3}=\frac{8\sqrt{7}}{3}$. От правоъгълния $\triangle BHD$: $BH^2=BD^2-DH^2=\left(\frac{8\sqrt{7}}{3}\right)^2-\left(\frac{14}{3}\right)^2=28$ и $BH=2\sqrt{7}$. В равнобедрения трапец $ABCD$ $BH=\frac{AB+CD}{2}$. Следва, че $AB+CD=4\sqrt{7}$. Но и $AD+BC=2.2\sqrt{7}=4\sqrt{7}$, т.е. $AD + BC = AB + CD$. Следователно в $ABCD$ може да се впише окръжност и нейният диаметър е равен на разстоянието между двете основи. Т. е $2r=DH$, откъдето $r=\frac{1}{2}DH$, $r=\frac{7}{3}$.