МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА

ДЪРЖАВЕН ЗРЕЛОСТЕН ИЗПИТ ПО

Математика – 28 август 2015 г.

ВАРИАНТ 2

Ключ с верните отговори

Въпроси с изборен отговор

Въпрос №	Верен отговор	Брой точки
1	**В**	2
2	**В**	2
3	**В**	2
4	**Б**	2
5	**Г**	2
6	**А**	2
7	**А**	2
8	**А**	2
9	**Г**	2
10	**Б**	2
11	**Б**	3
12	**Б**	3
13	**Б**	3
14	**В**	3
15	**А**	3
16	**А**	3
17	**В**	3
18	**Б**	3
19	**Г**	3
20	**Б**	3
21	5	4
22	$-\frac{3}{2}$ или $-1,5$	4
23	2%	4
24	$S_{\vartriangle DLP}:S_{ABLD}=4:45$	4
25	$P=18$	4
26	$4;3$ и $\left(\frac{4}{5};\frac{3}{5}\right)$	10
27	$P=\frac{78}{7.7.6}=\frac{13}{49}$	10
28	$P_{\vartriangle ABC}=32\,\text{cm}$	10

Въпроси с решения

26. Критерии за оценяване

1. За допустимите стойности $x \neq 0$ и $y \neq 0$ (1 т.)
2. За полагане на $\frac{x}{y} = t$ и получаване на уравнението $3t + \frac{8}{t} = 10$. (1 т.)
3. За свеждане до уравнението $3t^2 - 10t + 8 = 0$ и намиране

   на корените му $t_1 = \frac{4}{3}$ и $t_2 = 2$. (1 т.)
4. За свеждане на системата до обединение от двете системи:

   $$\left|\begin{array}{l} \frac{x}{y} = \frac{4}{3} \\ -2x^2 + 2y + 3y^2 = 1 \end{array}\right. \quad \text{или} \quad \left|\begin{array}{l} \frac{x}{y} = 2 \\ -2x^2 + 2y + 3y^2 = 1 \end{array}\right. .$$ (2 т.)
5. За решаване на първата система:

   4.1 За свеждане на системата до вида:

   $$\left|\begin{array}{l} x = \frac{4}{3}y \\ 5y^2 - 18y + 9 = 0 \end{array}\right. .$$ (1 т.)

   4.2 За получаване решенията на първата система $4; 3$ и $\left(\frac{4}{5}; \frac{3}{5}\right)$. (1 т.)
6. За решаване на втората система:

   5.1 За свеждане на системата до вида:

   $$\left|\begin{array}{l} x = 2y \\ 5y^2 - 2y + 1 = 0 \end{array}\right.$$ (1т.)

   5.2 За извода, че втората система няма решение поради отрицателна дискриминанта на квадратното уравнение. (1т.)
7. За окончателен отговор за решения на дадената система $4; 3$ и $\left(\frac{4}{5}; \frac{3}{5}\right)$. (1т.)

27. Критерии за оценяване

1. За намиране на всички възможни последователности от 3 цифри $V_8^3 = 8.7.6$. (1 т.)

2. За намиране на всички последователности от 3 цифри, в които 0 е на първо

място $V_7^2 = 7.6$. (1 т.)

3. За намиране на всички възможности – $V_8^3 - V_7^2 = 7.7.6$. (2 т.)

4. За намиране на броя на трицифрените числа с последна цифра 0 – $V_7^2 = 7.6 = 42$. (1 т.)

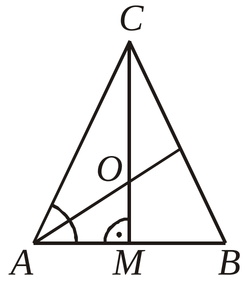
5. За намиране на броя на трицифрените числа с последна цифра 5 – $V_7^2 - 6 = 7.6 - 6 = 36$ или направо изчисление на възможностите 6.6 (6 възможности за цифрата на стотиците (без 0 и 5) и 6 възможности за цифрата на десетиците). (2 т.)

6. За намиране на броя на трицифрените числа кратни на 5– $2V_7^2 - 6 = 78$ (или 36+42=78). (1т.)

7. За пресмятане на търсената вероятност $P = \frac{78}{7.7.6} = \frac{13}{49}$. (2 т.)

Забележка*: Стъпките 1, 2 и 3 може да се заменят от изчислението на произведението 7.7.6 с обосновка, че на първа позиция в числото са възможни 7 цифри (0 не може да е цифра на стотиците) , остават 7 различни възможности за цифрата на десетиците и 6 възможности за цифра на единиците. Общият брой точки за тези разсъждение е 4.

28. Критерии за оценяване



Първи начин

1.За приемане на $\sphericalangle BAC = \alpha$. (1 т.)

2. За намиране на $\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$. (2 т.)

Първо възможно продължение

3. За намиране на $\cos\alpha = \frac{1}{3}$. (4 т.)

4. За намиране на $AC = \frac{AM}{\cos\alpha} = 12$. (2 т.)

5. За намиране на $P_{ABC} = 32$ cm. (1т.)

Второ възможно продължение

3. Изразяване на $\operatorname{tg}\alpha = \frac{2\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}}{1-\operatorname{tg}^2\frac{\alpha}{2}} = 2\sqrt{2}$. (3 т.)

4. 1. Изразяване на $CM = AM.\text{tg}\,\alpha = 4.2\sqrt{2} = 8\sqrt{2}$. (2 т.)

4.2. Намиране на $AC = \sqrt{CM^2 + AM^2} = 12$. (1 т.)

5. За намиране на $P_{\triangle ABC} = 32\text{cm}$. (1т.)

Втори начин

1.За приемане на $CO = x$. (1 т.)

2. За изразяване на $AC = x\sqrt{2}$. (3 т.)

3. За прилагане на Питагорова теорема в $\triangle ACM$. (1т.)

4. За намиране на $CO = x = 6\sqrt{2}\,\text{cm}$. (3т.)

5. Намиране на $AC = 12\,\text{cm}$. (1 т.)

6. За намиране на $P_{\triangle ABC} = 32\text{cm}$. (1т.)

Трети начин

.За приемане на $CP = x$ и $CO = h - 2\sqrt{2}$. (1 т.)

2. За изразяване на $h = \dfrac{x\sqrt{2} + 8\sqrt{2}}{2}$. (3 т.)

3. За прилагане на Питагорова теорема в $\triangle ACM$. (1т.)

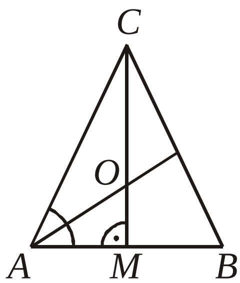
4. За намиране на $CP = x = 8\,\text{cm}$. (3т.)

5. Намиране на $AC = 12\,\text{cm}$. (1 т.)

6. За намиране на $P_{\triangle ABC} = 32\text{cm}$. (1т.)

Решение

Първи начин



Нека $AC = BC$, CM е височината, AO е ъглополовящата и $\sphericalangle BAC = \alpha$.

От правоъгълния триъгълник $\triangle AOM$ имаме $r = AM.\text{tg}\frac{\alpha}{2}$, откъдето $\text{tg}\frac{\alpha}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Първо възможно продължение

От формулата $\cos\alpha = \dfrac{1-\mathrm{tg}^2\frac{\alpha}{2}}{1+\mathrm{tg}^2\frac{\alpha}{2}}$ намираме $\cos\alpha = \dfrac{1}{3}$ **.** От правоъгълния триъгълник $\triangle AMC$

получаваме $AC = \dfrac{AM}{\cos\alpha} = 12$ **.** Следователно $P_{\triangle ABC} = 32\mathrm{cm}$.

Второ възможно продължение

От $\mathrm{tg}\frac{\alpha}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ следва $\mathrm{tg}\,\alpha = \dfrac{2\,\mathrm{tg}\frac{\alpha}{2}}{1-\mathrm{tg}^2\frac{\alpha}{2}} = 2\sqrt{2}$. От $\triangle AMC$ намираме $CM = AM.\mathrm{tg}\,\alpha = 8\sqrt{2}$.

От Питагоровата теорема или от свойството на ъглополовящата $AC = \sqrt{CM^2 + AM^2} = 12$ и $P_{\triangle ABC} = 32\mathrm{cm}$.

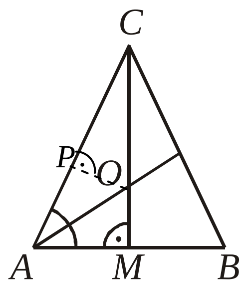
Втори начин

Нека $CO = x$. От свойството на ъглополовящата имаме $\frac{OC}{AC} = \frac{OM}{AM}$, откъдето $AC = x\sqrt{2}$ **.**

От правоъгълния $\triangle AMC$ имаме $AC^2 = AM^2 + CM^2$, или $2x^2 = 4^2 + \left(x + 2\sqrt{2}\right)^2$, откъдето

$x^2 - 4\sqrt{2}x - 24 = 0$ и $x_1 = -2\sqrt{2}$, $x_2 = 6\sqrt{2}$. Понеже $x > 0$, то $x = 6\sqrt{2}$ и $AC = 12$ cm.

Следователно $P_{\triangle ABC} = 32\mathrm{cm}$.



Трети начин

Нека $CP = x$. $AP = AM = 4$ (свойство на допирателната). Ако $CM = h$, то

$CO = h - 2\sqrt{2}$. От свойството на ъглополовящата имаме

$\frac{AC}{AM} = \frac{CO}{AM}$, $\dfrac{x+4}{4} = \dfrac{h-2\sqrt{2}}{2\sqrt{2}}$ откъдето $h = \dfrac{x\sqrt{2}+8\sqrt{2}}{2}$.

От правоъгълния $\triangle AMC$ имаме $AC^2 = AM^2 + CM^2$,

$\left(x+4\right)^2 = 16 + \left(\dfrac{x\sqrt{2}+8\sqrt{2}}{2}\right)^2$. Получаваме уравнението $x^2 = 64 \Rightarrow x_{1,2} = \pm 8$, но $x = -8 < 0$ не

е решение . Остава $CP = x = 8\mathrm{cm}$, откъдето $AC = 12\mathrm{cm}$ и $P_{\triangle ABC} = 32\mathrm{cm}$.