

**МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА**

**ДЪРЖАВЕН ЗРЕЛОСТЕН ИЗПИТ ПО**

**МАТЕМАТИКА**

**29.08.2014 г. – ВАРИАНТ 1**

*Отговорите на задачите от 1. до 20. включително отбелязвайте в листа за отговори!*

**1. Кой от изразите приема стойност, която е цяло число?**

- А)  $-\frac{16\sqrt{7}}{\sqrt{28}}$                       Б)  $(-2)^{-3}$                       В)  $121^{-0.5}$                       Г)  $\sqrt{5} - 5\sqrt{5}$

**2. Изразът  $\frac{3a^3 - 3b^3}{a^2 + ab + b^2} - \frac{2a^3 + 2b^3}{a^2 - ab + b^2}$  е тъждествено равен на:**

- А)  $5a - b$                       Б)  $3a - 2b$                       В)  $a - 5b$                       Г)  $2a - 3b$

**3. Всички допустими стойности на израза  $\frac{\sqrt{x+4}}{2x-3}$  са:**

- А)  $x \in \left(-4; \frac{3}{2}\right) \cup \left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$                       Б)  $x \in \left[-4; \frac{3}{2}\right) \cup \left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$   
В)  $x \in \left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$                       Г)  $x \neq \frac{3}{2}, x \neq 4$

**4. Кое от посочените числа е решение на неравенството  $x+1 \geq 6x^2$**

- А)  $-\frac{1}{2}$                       Б)  $-\frac{1}{4}$                       В)  $\frac{3}{4}$                       Г) 1

**5. Ако  $\log_a 16 = -4$ , то числото  $a$  е равно на:**

- А)  $-4$                       Б)  $-\frac{1}{2}$                       В)  $\frac{1}{2}$                       Г) 4

**6. Решенията на системата  $\begin{cases} x - 2y^2 = 4 \\ x^2 - x - 30 = 0 \end{cases}$  са:**

- А)  $(6;1)$  и  $(6;-1)$                       Б)  $(6;1)$                       В)  $\left(-5; \sqrt{\frac{9}{2}}\right)$                       Г)  $(-6;5)$  и  $(6;-5)$

**7. Кое от уравненията има два реални положителни корена?**

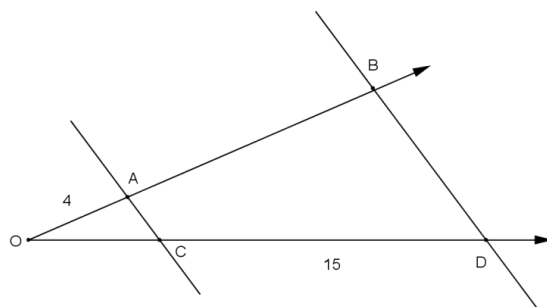
- А)  $x^2 + 9x + 6 = 0$                       Б)  $-x^2 - 9x + 6 = 0$   
В)  $x^2 - 9x + 6 = 0$                       Г)  $x^2 - 9x - 6 = 0$

8. Стойността на  $\cos 300^\circ$  е равна на:

- А)  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$                       Б)  $-\frac{1}{2}$                       В)  $\frac{1}{2}$                       Г)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

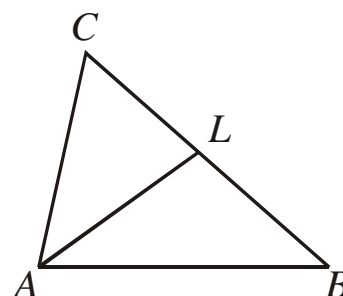
9. На чертежа правите  $AC$  и  $BD$  са успоредни,  $OA = 4$  cm,  $CD = 15$  cm и  $OC$  е със 4 cm по-къса от  $AB$ . Дължината на отсечката  $AB$  е равна на:

- А) 6 cm                                      Б) 7 cm  
В) 10 cm                                      Г) 14 cm



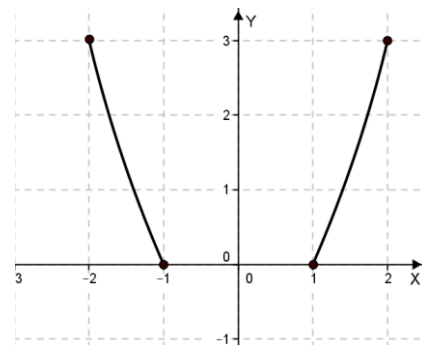
10. В  $\triangle ABC$   $AB = 5$  cm,  $AC = 4$  cm и  $AL$  ( $L \in BC$ ) е ъглополовяща на  $\sphericalangle BAC$ . Ако  $CL = \frac{8}{3}$  cm, то дължината на  $AL$  е:

- А)  $\frac{10}{3}$  cm                      Б)  $\frac{32}{15}$  cm                      В)  $\frac{15}{2}$  cm                      Г)  $\frac{100}{9}$  cm



11. Множеството от стойности на функцията, зададена с графиката си, е:

- А)  $x \in [-1; 1]$                                       Б)  $x \in [0; 3]$   
В)  $x \in [-2; -1] \cup [1; 2]$                                       Г)  $x \in (-\infty; 0) \cup (3; +\infty)$



12. Общият член  $a_n$  ( $n \in \mathbb{N}$ ) на числовата редица

$\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{7}{12}, \dots$  е:

- А)  $a_n = \frac{3n-2}{n^2+n}$                       Б)  $a_n = \frac{n}{n+1}$                       В)  $a_n = \frac{n^2-2}{n^2+3}$                       Г)  $a_n = \frac{2n-1}{n+1}$

13. Числата 13, 10, 7, ..., -50 образуват крайна аритметична прогресия. Броят на членовете на тази прогресия е:

- А) 21                                      Б) 22                                      В) 37                                      Г) 63

14. Ако  $\operatorname{tg} 47^\circ = b$ , то вярно е, че:

- А)  $\operatorname{cotg} 47^\circ = \frac{1}{b^2}$       Б)  $\operatorname{cotg} 43^\circ = b$       В)  $\operatorname{tg} 43^\circ = 1 - b$       Г)  $\operatorname{cotg} 47^\circ = \sqrt{1 - b^2}$

15. На контролна работа по математика в един клас *двама* ученици получили оценка *Среден 3*, *осем* ученици – *Добър 4*, *тринадесет* ученици – *Много добър 5* и *седем* ученици – *Отличен 6*. Колко ученици са получили оценки, които са по-високи от средния успех на класа?

- А) 28      Б) 20      В) 13      Г) 7

16. От буквите на думата МАТУРИ са съставени всички 6-буквени думи (не задължително смислени), като във всяка от тях групата букви ТУР остава непроменена (Например: ТУРМАИ, АМТУРИ...). Броят на съставените думи, включително думата МАТУРИ, е:

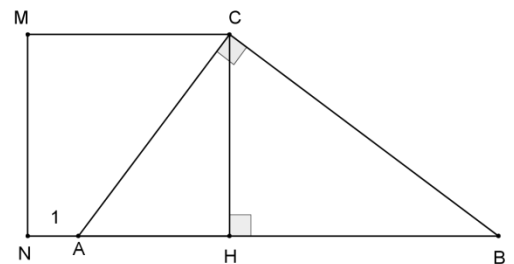
- А)  $4! + 1$       Б)  $4!$       В)  $4! \cdot 3!$       Г)  $6!$

17. В  $\triangle ABC$   $AC = 14$ ,  $BC = 14\sqrt{2}$  и  $\sphericalangle BAC = 45^\circ$ . Мярката на  $\sphericalangle ABC$  е:

- А)  $15^\circ$       Б)  $30^\circ$       В)  $120^\circ$       Г)  $150^\circ$

18. На чертежа  $NHSM$  е квадрат със страна, равна на височината  $CH$  към хипотенузата  $AB$  на правоъгълния  $\triangle ABC$ . Ако  $S_{NHSM} = 16 \text{ cm}^2$  и  $AN = 1 \text{ cm}$ , дължината на  $BH$  е:

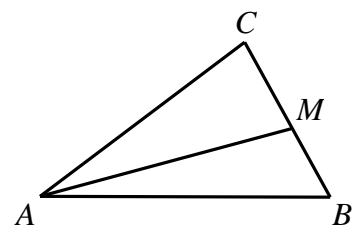
- А) 16 cm      Б)  $\frac{25}{3}$  cm  
В)  $\frac{16}{3}$  cm      Г) 5 cm



19. На фигурата лицето на  $\triangle ABC$  е  $30 \text{ cm}^2$  и  $BM = \frac{2}{3} CM$ .

Лицето на  $\triangle AMB$  е:

- А)  $6 \text{ cm}^2$       Б)  $12 \text{ cm}^2$   
В)  $18 \text{ cm}^2$       Г)  $20 \text{ cm}^2$

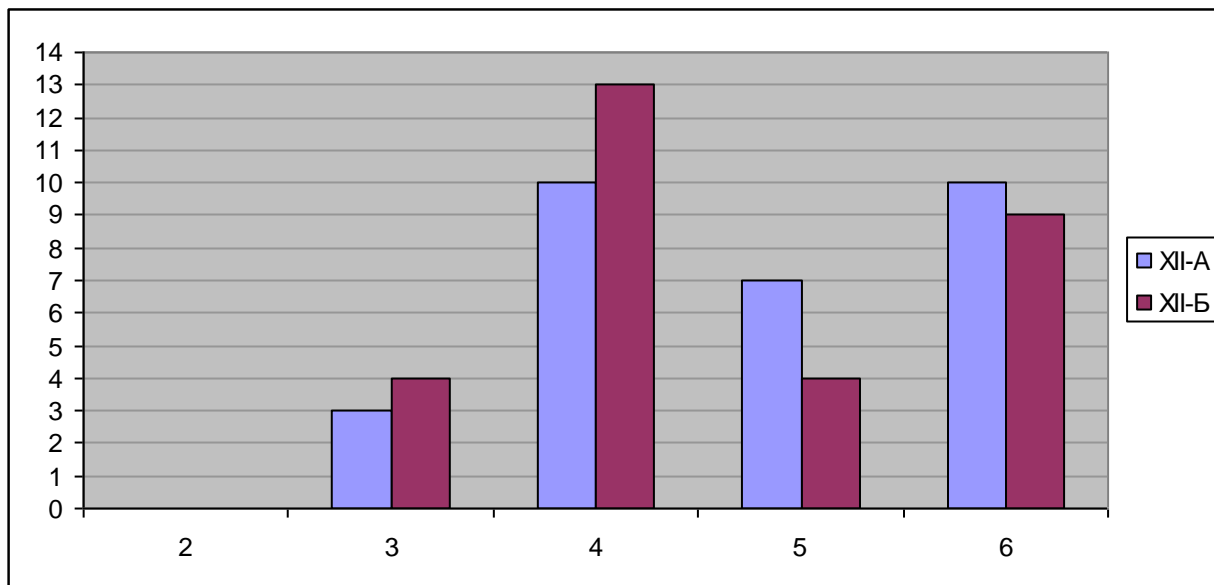




Пълните решения с необходимите обосновки на задачите от 26. до 28. включително запишете в свитъка за свободните отговори!

26. Решете уравнението  $(x^2 + 2x)^2 - 2(x^2 + 2x) - 3 = 0$ .

27. Учениците от XII клас в едно училище са 60 на брой и са разпределени в два класа (XII-A и XII-B) по 30 ученици. На диаграмата са дадени годишните им оценки по математика.



Като направите необходимата аргументация, отговорете на следващите въпроси:

1. Каква е медианата на оценките по математика на учениците от випуска (от двата класа, взети заедно)?

2. От всички ученици от XII-A клас се избират двама. Каква е вероятността те да НЕ са отличници по математика?

3. Учениците от двата класа, получили оценка *Среден 3*, са подредени в една редица, като първо са наредени учениците от XII-A клас, а до тях – тези от XII-B клас. По колко начина може да стане това?

28. Вписаният в окръжност четириъгълник  $ABCD$  е със страни  $AB = 7$  cm,  $BC = 5$  cm,  $CD = 7$  cm и  $DA = 3$  cm. Диагоналите му  $AC$  и  $BD$  се пресичат в точка  $O$ . Да се намерят дължините на отсечките  $AO$ ,  $BO$ ,  $CO$  и  $DO$ .

## ФОРМУЛИ

### Квадратно уравнение

$$ax^2 + bx + c = 0, \quad a \neq 0 \quad D = b^2 - 4ac \quad x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} \quad \text{при } D \geq 0$$
$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2) \quad \text{Формули на Виет: } x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \quad x_1 x_2 = \frac{c}{a}$$

### Квадратна функция

Графиката на  $y = ax^2 + bx + c$ ,  $a \neq 0$  е парабола с връх точката  $\left(-\frac{b}{2a}; -\frac{D}{4a}\right)$

### Корен. Степен и логаритъм

$$\sqrt[2k]{a^{2k}} = |a| \quad \sqrt[2k+1]{a^{2k+1}} = a \quad \text{при } k \in \mathbb{N}$$
$$\frac{1}{a^m} = a^{-m}, \quad a \neq 0 \quad \sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}} \quad \sqrt[n]{\sqrt[k]{a}} = \sqrt[nk]{a} \quad \sqrt[nk]{a^{mk}} = \sqrt[n]{a^m} \quad \text{при } a \geq 0, k \geq 2, n \geq 2 \text{ и } m, n, k \in \mathbb{N}$$
$$a^x = b \Leftrightarrow \log_a b = x \quad a^{\log_a b} = b \quad \log_a a^x = x \quad \text{при } a > 0, b > 0 \text{ и } a \neq 1$$

### Комбинаторика

Брой на пермутациите на  $n$  елемента:  $P_n = n \cdot (n-1) \dots 3 \cdot 2 \cdot 1 = n!$

Брой на вариациите на  $n$  елемента  $k$ -ти клас:  $V_n^k = n \cdot (n-1) \dots (n-k+1)$

Брой на комбинациите на  $n$  елемента  $k$ -ти клас:  $C_n^k = \frac{V_n^k}{P_k} = \frac{n \cdot (n-1) \dots (n-k+1)}{k \cdot (k-1) \dots 3 \cdot 2 \cdot 1}$

Вероятност за настъпване на събитието  $A$ :

$$p(A) = \frac{\text{брой на благоприятните случаи}}{\text{брой на възможните случаи}}, \quad 0 \leq p(A) \leq 1$$

### Прогресии

Аритметична прогресия:  $a_n = a_1 + (n-1)d$   $S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n = \frac{2a_1 + (n-1)d}{2} \cdot n$

Геометрична прогресия:  $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$   $S_n = a_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}, \quad q \neq 1$

Формула за сложна лихва:  $K_n = K \cdot q^n = K \cdot \left(1 + \frac{P}{100}\right)^n$

### Зависимости в триъгълник и успоредник

Правоъгълен триъгълник:  $c^2 = a^2 + b^2$        $S = \frac{1}{2}ab = \frac{1}{2}ch_c$        $a^2 = a_1c$        $b^2 = b_1c$

$h_c^2 = a_1b_1$        $r = \frac{a+b-c}{2}$        $\sin \alpha = \frac{a}{c}$        $\cos \alpha = \frac{b}{c}$        $\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}$        $\operatorname{cotg} \alpha = \frac{b}{a}$

Произволен триъгълник:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha \quad b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \beta \quad c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma \quad \frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R$$

Формула за медиана:

$$m_a^2 = \frac{1}{4}(2b^2 + 2c^2 - a^2) \quad m_b^2 = \frac{1}{4}(2a^2 + 2c^2 - b^2) \quad m_c^2 = \frac{1}{4}(2a^2 + 2b^2 - c^2)$$

Формула за ъглополовяща:  $\frac{a}{b} = \frac{n}{m}$        $l_c^2 = ab - mn$

Формула за диагоналите на успоредник:  $d_1^2 + d_2^2 = 2a^2 + 2b^2$

### Формули за лице

Триъгълник:  $S = \frac{1}{2}ch_c$        $S = \frac{1}{2}ab \sin \gamma$        $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$

$$S = pr \quad S = \frac{abc}{4R}$$

Успоредник:  $S = ah_a$        $S = ab \sin \alpha$       Трапец:  $S = \frac{a+b}{2}h$

Четириъгълник:  $S = \frac{1}{2}d_1d_2 \sin \varphi$

Описан многоъгълник:  $S = pr$

### Тригонометрични функции

$\alpha^\circ$	$0^\circ$	$30^\circ$	$45^\circ$	$60^\circ$	$90^\circ$
$\alpha \text{ rad}$	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\operatorname{tg} \alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	–
$\operatorname{cotg} \alpha$	–	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0

	$-\alpha$	$90^\circ - \alpha$	$90^\circ + \alpha$	$180^\circ - \alpha$
sin	$-\sin \alpha$	$\cos \alpha$	$\cos \alpha$	$\sin \alpha$
cos	$\cos \alpha$	$\sin \alpha$	$-\sin \alpha$	$-\cos \alpha$
tg	$-\operatorname{tg} \alpha$	$\operatorname{cotg} \alpha$	$-\operatorname{cotg} \alpha$	$-\operatorname{tg} \alpha$
cotg	$-\operatorname{cotg} \alpha$	$\operatorname{tg} \alpha$	$-\operatorname{tg} \alpha$	$-\operatorname{cotg} \alpha$

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$$

$$\operatorname{tg}(\alpha \pm \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha \pm \operatorname{tg} \beta}{1 \mp \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta}$$

$$\operatorname{cotg}(\alpha \pm \beta) = \frac{\operatorname{cotg} \alpha \operatorname{cotg} \beta \mp 1}{\operatorname{cotg} \beta \pm \operatorname{cotg} \alpha}$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1 = 1 - 2 \sin^2 \alpha$$

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}$$

$$\operatorname{cotg} 2\alpha = \frac{\operatorname{cotg}^2 \alpha - 1}{2 \operatorname{cotg} \alpha}$$

$$\sin^2 \alpha = \frac{1}{2}(1 - \cos 2\alpha)$$

$$\cos^2 \alpha = \frac{1}{2}(1 + \cos 2\alpha)$$

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\sin \alpha - \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha - \beta}{2} \cos \frac{\alpha + \beta}{2}$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$1 - \cos \alpha = 2 \sin^2 \frac{\alpha}{2}$$

$$1 + \cos \alpha = 2 \cos^2 \frac{\alpha}{2}$$

$$\sin \alpha \sin \beta = \frac{1}{2}(\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta))$$

$$\cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2}(\cos(\alpha - \beta) + \cos(\alpha + \beta))$$

$$\sin \alpha \cos \beta = \frac{1}{2}(\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta))$$