МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА

ДЪРЖАВЕН ЗРЕЛОСТЕН ИЗПИТ ПО

Математика – 29. 08. 2014 г.

ВАРИАНТ 1

Ключ с верните отговори

Въпроси с изборен отговор

Въпрос №	Верен отговор	Брой точки
1	**А**	2
2	**В**	2
3	**Б**	2
4	**Б**	2
5	**В**	2
6	**А**	2
7	**В**	2
8	**В**	2
9	**В**	2
10	**А**	2
11	**Б**	3
12	**А**	3
13	**Б**	3
14	**Б**	3
15	**Б**	3
16	**Б**	3
17	**Б**	3
18	**В**	3
19	**Б**	3
20	**Б**	3
21	2	4
22	$x_1 = 3$	4
23	$4, 30$	4
24	$\frac{54}{25}\,\text{cm}^2$	4
25	$PC = 7\,\text{cm}$	4
26	$x_{1,2} = -1$, $x_3 = 1$ и $x_4 = -3$	10
27	**1.** Медиана:4,5; **2.** $P = \frac{C_{20}^2}{C_{30}^2} = \frac{38}{87}$; **3.** $3!.4! = 6.24 = 144$	10
28	$AO = DO = 3\,\text{cm}$, $BO = CO = 5\,\text{cm}$	10

Въпроси с решения

26. Критерии за оценяване:

1. Въвеждане на ново неизвестно $t = x^2 + 2x$ и свеждане до квадратното уравнение $t^2 - 2t - 3 = 0$ за новото неизвестно. (2 т.)
2. Решаване на квадратното уравнение $t^2 - 2t - 3 = 0$ и получаване на корените $t_1 = -1,\ t_2 = 3$. (1 т.)
3. Получаване на уравненията $x^2 + 2x = -1,\ x^2 + 2x = 3$ за неизвестното x. (2 т.)
4. Решаване на уравнението $x^2 + 2x = -1 \Leftrightarrow x^2 + 2x + 1 = 0$ и получаване на на корените $x_{1,2} = -1$. (2 т.)
5. Решаване на уравнението $x^2 + 2x = 3 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 3 = 0$ и получаване на корените $x_3 = 1,\ x_4 = -3$. (2 т.)
6. Окончателен отговор $x_{1,2} = -1,\ x_3 = 1,\ x_4 = -3$. (1 т.)

27. Критерии за оценяване:

1. 1.1. Представяне оценките в статистически ред $\underbrace{3, ..., 3}_{7}, \underbrace{4, ..., 4}_{23}, \underbrace{5, ..., 5}_{11}, \underbrace{6, ..., 6}_{19}$ (1 т.)

1.2. Пресмятане на медианата $\dfrac{4+5}{2} = 4,5$. (1 т.)

2. 2.1. Пресмятане на броя на възможностите $C_{20}^{2} = 190$, по които могат да се изберат учениците от XII-A клас, които не са отличници. (2 т.)

2.2. Пресмятане на броя на възможностите за избор на двама от всичките 30 ученици от XII-A клас $-\ C_{30}^{2} = \dfrac{30.29}{1.2} = 435$. (2 т.)

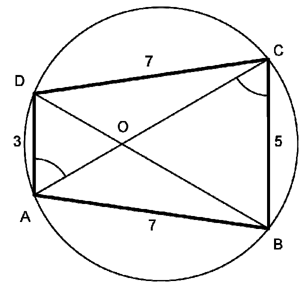
2.3. Намиране на търсената вероятност $-\ P = \dfrac{C_{20}^{2}}{C_{30}^{2}} = \dfrac{20.19}{30.29} = \dfrac{38}{87}$ **.** (1 т.)

3. 3.1 Пресмятане на възможните наредби 3 ученици от XII-A $-\ 3! = 6$ и на 4 ученици от XII- Б $-\ 4! = 4.3.2.1 = 24$. (2 т.)

3.2 Намиране броя на възможностите за подреждане на избраните ученици от двата класа$-3!.4! = 6.24 = 144$ (1 т.)

28. Критерии за оценяване:

I. Начин



1. Ако $AC = d_1$, $\sphericalangle ABC = \varphi$, то $\sphericalangle ADC = 180^0 - \varphi$ и от косинусовата теорема за $\triangle ABC$ и $\triangle ADC$ имаме $\left| \begin{array}{l} d_1{}^2 = 7^2 + 5^2 - 2\cdot 7\cdot 5\cdot \cos\varphi \\ d_1{}^2 = 3^2 + 7^2 + 2\cdot 3\cdot 7\cdot \cos\varphi \end{array} \right.$, откъдето получаваме

   $AC = d_1 = 8$. (2 т.)

2. Аналогично, ако $BD = d_2$, $\sphericalangle BAD = \psi$, то $\sphericalangle BCD = 180^0 - \psi$ и от $\triangle BAD$ и $\triangle BCD$ имаме

   $\left| \begin{array}{l} d_2{}^2 = 7^2 + 5^2 + 2\cdot 7\cdot 5\cdot \cos\psi \\ d_2{}^2 = 3^2 + 7^2 - 2\cdot 3\cdot 7\cdot \cos\psi \end{array} \right.$, откъдето получаваме $BD = d_2 = 8$. (1 т.)

3. От косинусовата теорема за $\triangle ABC$ и $\triangle CDA$ имаме $\cos\sphericalangle ACB = \dfrac{5^2 + 8^2 - 7^2}{2\cdot 5\cdot 8} = \dfrac{1}{2}$ и

   $\cos\sphericalangle CAD = \dfrac{3^2 + 8^2 - 7^2}{2\cdot 3\cdot 8} = \dfrac{1}{2}$, откъдето $\sphericalangle ACB = \sphericalangle CAD = 60^0$. (2 т.)

4. Правите AD и BC са успоредни и четириъгълникът $ABCD$ е равнобедрен трапец и

   $\sphericalangle ADB = \sphericalangle CBD = 60^0$ (например от окръжността). (1 т.)

5. Сега $\triangle AOD$ и $\triangle BOC$ са равностранни, т.е. $AO = DO = AD = 3$ и

   $BO = CO = BC = 5$. (4 т.)

II. Начин

1. Понеже $AB = CD$, то $\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{CD}$ и $\sphericalangle ACB = \sphericalangle CAD$, т.е. AD и BC са успоредни и четириъгълникът $ABCD$ е равнобедрен трапец. (2 т.)
2. Доказване, че $AC = BD$. (1 т.)
3. От $\sphericalangle ADB = \sphericalangle ACB$ и $\sphericalangle ACB = \sphericalangle CAD$ имаме $\triangle ADO$ и $\triangle BCO$ са равнобедрени и $\triangle ADO \sim \triangle BCO$, т.е. $AO = DO$, $BO = CO$ и $\dfrac{BO}{DO} = \dfrac{CO}{OA} = \dfrac{5}{3}$. (2 т.)

4. Ако $AC = d$, $\sphericalangle ABC = \varphi$, то $\sphericalangle ADC = 180^o - \varphi$ и от косинусовата теорема за $\triangle ABC$ и $\triangle ADC$ имаме $\left| \begin{array}{l} d^2 = 7^2 + 5^2 - 2 \cdot 7 \cdot 5 \cdot \cos\varphi \\ d^2 = 3^2 + 7^2 + 2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot \cos\varphi \end{array} \right.$, откъдето получаваме $AC = BD = d = 8$. (2 т.)

5. От $\dfrac{BO}{DO} = \dfrac{5}{3}$ и $BO + DO = BD = 8$, намираме $BO = CO = 5$ и $AO = DO = 3$. (3 т.)

III. Начин

1. От свойствата на ъглите, вписани в окръжности имаме $\triangle ABO \sim \triangle DCO$ и $\triangle ADO \sim \triangle BCO$, т.е. $\dfrac{AB}{DC} = \dfrac{BO}{CO}$, $\dfrac{AD}{BC} = \dfrac{DO}{CO}$ или $\dfrac{BO}{DO} = \dfrac{AB \cdot BC}{CD \cdot DA} = \dfrac{7 \cdot 5}{7 \cdot 3} = \dfrac{5}{3}$. (3 т.)

2. Ако $AC = d_1$, $\sphericalangle ABC = \varphi$, то $\sphericalangle ADC = 180^o - \varphi$ и от косинусовата теорема за $\triangle ABC$ и $\triangle ADC$ имаме $\left| \begin{array}{l} {d_1}^2 = 7^2 + 5^2 - 2 \cdot 7 \cdot 5 \cdot \cos\varphi \\ {d_1}^2 = 3^2 + 7^2 + 2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot \cos\varphi \end{array} \right.$, откъдето получаваме $AC = d_1 = 8$. (2 т.)

3. Аналогично ако $BD = d_2$, $\sphericalangle BAD = \psi$, то $\sphericalangle BCD = 180^o - \psi$ и от $\triangle BAD$ и $\triangle BCD$ имаме $\left| \begin{array}{l} {d_2}^2 = 7^2 + 5^2 + 2 \cdot 7 \cdot 5 \cdot \cos\psi \\ {d_2}^2 = 3^2 + 7^2 - 2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot \cos\psi \end{array} \right.$, откъдето получаваме $BD = d_2 = 8$. (1 т.)

4. От $\dfrac{BO}{DO} = \dfrac{5}{3}$ и $BO + DO = 8$, намираме $BO = 5$ и $DO = 3$. (2 т.)

5. Аналогично $\dfrac{AO}{CO} = \dfrac{DA \cdot AB}{BC \cdot CD} = \dfrac{3 \cdot 7}{5 \cdot 7} = \dfrac{3}{5}$ и $AO + CO = 8$, т.е. $AO = 3$ и $CO = 5$. (2 т.)