

**МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА**

**ДЪРЖАВЕН ЗРЕЛОСТЕН ИЗПИТ ПО**

**МАТЕМАТИКА**

**30.08.2013 Г. – ВАРИАНТ 2**

*Отговорите на задачите от 1. до 20. включително отбелязвайте в листа за отговори!*

**1. Кое от числата е най-голямо?**

- А)  $8^{-0,01}$                       Б)  $\left(\frac{1}{8}\right)^{0,1}$                       В)  $\left(\frac{1}{8}\right)^{\frac{1}{2}}$                       Г)  $0,125^{\frac{3}{2}}$

**2. Стойността на израза  $\frac{2xy - y^2}{5y + 2x}$  при  $x = \sqrt{3}$  и  $y = -2\sqrt{3}$  е равна на:**

- А)  $-8\sqrt{3}$                       Б)  $\frac{-2\sqrt{3}}{3}$                       В)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$                       Г)  $\sqrt{3}$

**3. Всичките допустими стойности на израза  $\sqrt{|x|}$  са:**

- А)  $(-\infty; +\infty)$                       Б)  $[0; +\infty)$                       В)  $(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$                       Г)  $(-\infty; 0]$

**4. Стойността на израза  $\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{16} - \log_3 \frac{1}{27} + \lg 0,1$  е равна на:**

- А)  $-2$                       Б)  $-1$                       В)  $0$                       Г)  $6$

**5. Кое от уравненията има реални корени, чийто сбор е равен на 5?**

- А)  $x^2 + 5x + 5 = 0$                       Б)  $x^2 - 5x + 7 = 0$   
В)  $x^2 - 5x - 3 = 0$                       Г)  $x^2 + 5x + 6 = 0$

**6. Решенията на неравенството  $\frac{x-1}{x+4} < 2$  са:**

- А)  $x \in (-9; +\infty)$                       Б)  $x \in (-\infty; -9) \cup (-4; +\infty)$   
В)  $x \in (-9; -4)$                       Г)  $x \in (-\infty; -4) \cup (3; +\infty)$

7. Стойността на израза  $\cos 105^\circ - \cos 165^\circ$  е:

A)  $-\sqrt{3}$

Б)  $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

В)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

Г)  $\sqrt{3}$

8. Основата и бедрото на равнобедрен триъгълник са съответно 12 cm и 10 cm.

Радиусът на вписаната му окръжност е равен на:

A) 1,5 cm

Б) 3 cm

В) 5 cm

Г) 8 cm

9. Произведението от дължините на диагоналите  $AC$  и  $BD$  на четириъгълника  $ABCD$  е 24,  $\angle CAB = 55^\circ$  и  $\angle ABD = 65^\circ$ .

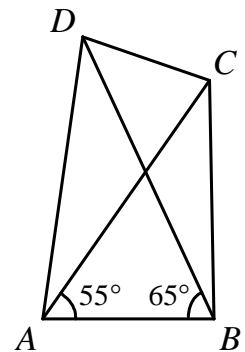
Лицето на  $ABCD$  е равно на:

A)  $12\sqrt{3}$

Б) 12

В)  $6\sqrt{3}$

Г) 6



10. Ако за геометрична прогресия  $a_2 = -2\sqrt{3}$  и  $a_5 = 18$ , то частното на прогресията е равно на:

A)  $-\frac{1}{3}$

Б)  $-\frac{1}{\sqrt{3}}$

В)  $-\sqrt{3}$

Г)  $3\sqrt{3}$

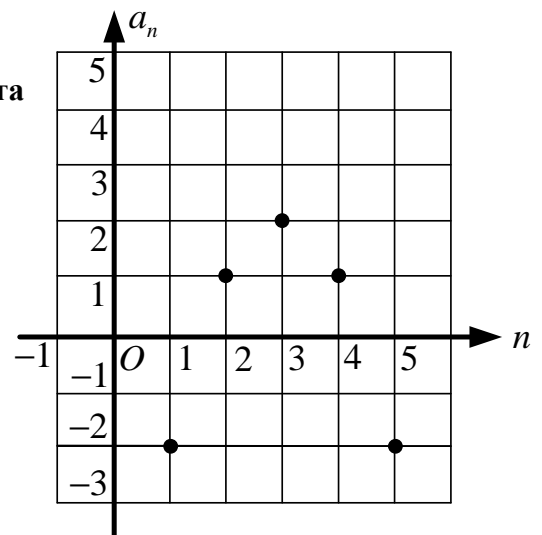
11. Формулата на общия член  $a_n = an^2 + bn + c$  на числовата редица, първите пет члена от която са изобразени графично на фигурата, е:

A)  $a_n = -n^2 + 6n - 7$

Б)  $a_n = n^2 - 6n + 3$

В)  $a_n = -n^2 - 6n + 15$

Г)  $a_n = -n^2 - 6n + 29$

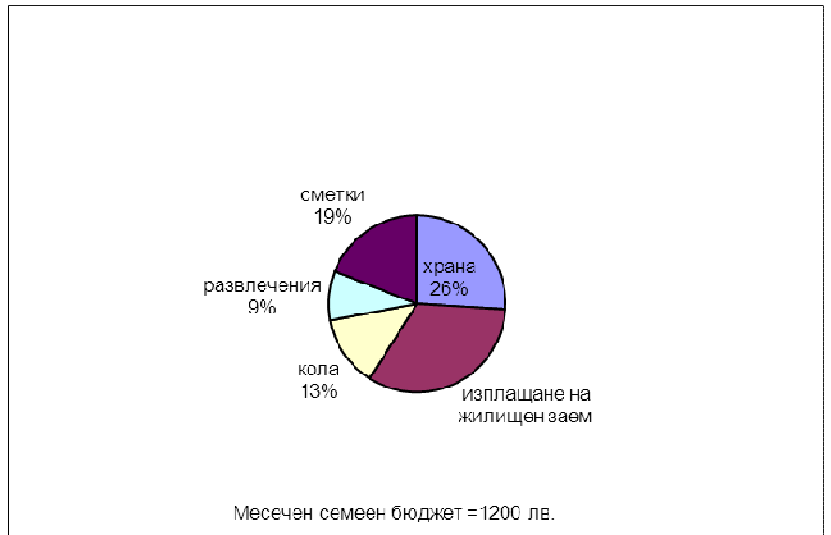


12. Наредената двойката числа  $(1; -1)$  е решение на системата:

- А)  $\begin{cases} (x-1)y = 1 \\ x^2 + y^2 = 2 \end{cases}$    
 Б)  $\begin{cases} (x-1)y = 0 \\ x^2 - y^2 = 2 \end{cases}$    
 В)  $\begin{cases} (x-1)y = 1 \\ x^2 - y^2 = 2 \end{cases}$    
 Г)  $\begin{cases} (x-1)y = 0 \\ x^2 + y^2 = 2 \end{cases}$

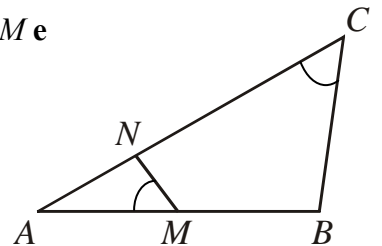
13. Кръговата диаграма представя в проценти разпределението на месечния бюджет на едно семейство. Определете по диаграмата колко са средствата (в лева), отделяни за изплащане на жилищния заем.

- А) 156                      Б) 228  
 В) 312                      Г) 396



14. Даден е  $\triangle ABC$ , за който  $AB = 8$  cm,  $BC = 5$  cm и  $AC = 10$  cm. Ако  $M$  е средата на  $AB$  и  $\angle AMN = \angle ACB$ , намерете дължината на  $MN$ .

- А) 2 cm                      Б) 2,5 cm  
 В) 3,2 cm                      Г) 6,4 cm

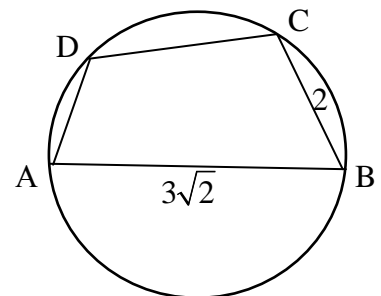


15. За  $\triangle ABC$  е дадено, че  $\sin \angle BAC : BC = 1 : 4\sqrt{7}$ . Ако  $AB = 2\sqrt{21}$ , където  $AB < BC$ , то мярката на  $\angle ACB$  е:

- А)  $60^\circ$                       Б)  $60^\circ$  или  $120^\circ$                       В)  $30^\circ$                       Г)  $30^\circ$  или  $150^\circ$

16. Четириъгълник  $ABCD$  е вписан в окръжност.

Ако  $\angle ADC = 135^\circ$ ,  $AB = 3\sqrt{2}$  cm и  $BC = 2$  cm, да се намери дължината на радиуса на описаната около четириъгълника окръжност.



- А)  $2\sqrt{5}$  cm                      Б)  $\sqrt{10}$  cm                      В)  $\sqrt{5}$  cm                      Г)  $\frac{\sqrt{5}}{2}$  cm

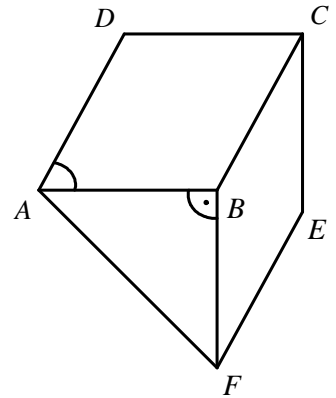


24. С цифрите 1, 2, 3, 4 и 5 са записани всички трицифрени числа с неповтарящи се цифри. Каква е вероятността случайно избрано от тях число да се дели на пет?

25. Двата ромба  $ABCD$  и  $BFEC$  на чертежа имат обща страна

$BC = 10$  см,  $AB \perp BF$ ,  $\angle BAD$  е остър и  $\sin \angle BAD = \frac{4}{5}$ . Намерете

лицето на петогълника  $AFECD$ .



Пълните решения с необходимите обосновки на задачите от 26. до 28. включително запишете в свитъка за свободните отговори!

26. Решете уравнението  $\sqrt{x^2 - 10x + 32} + \sqrt{2}x = 2\sqrt{2}$ .

27. Ако  $\alpha$ ,  $\beta$  и  $\gamma$  са ъгли в триъгълник, да се докаже тъждеството:

$$\sin \alpha + \sin \beta + \sin \gamma = 4 \cos \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\beta}{2} \cos \frac{\gamma}{2}$$

28. В  $\triangle ABC$  е дадено, че  $AC = 15$  см,  $BC = 12$  см. Ъглополовящата през върха  $C$  пресича описаната около триъгълника окръжност в точка  $L$  и  $CL = 18$  см. Да се намери страната  $AB$ .

## ФОРМУЛИ

### Квадратно уравнение

$$ax^2 + bx + c = 0, \quad a \neq 0 \quad D = b^2 - 4ac \quad x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} \quad \text{при } D \geq 0$$
$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2) \quad \text{Формули на Виет: } x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \quad x_1 x_2 = \frac{c}{a}$$

### Квадратна функция

Графиката на  $y = ax^2 + bx + c$ ,  $a \neq 0$  е парабола с връх точката  $\left(-\frac{b}{2a}; -\frac{D}{4a}\right)$

### Корен. Степен и логаритъм

$$\sqrt[2k]{a^{2k}} = |a| \quad \sqrt[2k+1]{a^{2k+1}} = a \quad \text{при } k \in \mathbb{N}$$
$$\frac{1}{a^m} = a^{-m}, \quad a \neq 0 \quad \sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}} \quad \sqrt[n]{\sqrt[k]{a}} = \sqrt[nk]{a} \quad \sqrt[nk]{a^{mk}} = \sqrt[n]{a^m} \quad \text{при } a \geq 0, k \geq 2, n \geq 2 \text{ и } m, n, k \in \mathbb{N}$$
$$a^x = b \Leftrightarrow \log_a b = x \quad a^{\log_a b} = b \quad \log_a a^x = x \quad \text{при } a > 0, b > 0 \text{ и } a \neq 1$$

### Комбинаторика

Брой на пермутациите на  $n$  елемента:  $P_n = n \cdot (n-1) \dots 3 \cdot 2 \cdot 1 = n!$

Брой на вариациите на  $n$  елемента  $k$ -ти клас:  $V_n^k = n \cdot (n-1) \dots (n-k+1)$

Брой на комбинациите на  $n$  елемента  $k$ -ти клас:  $C_n^k = \frac{V_n^k}{P_k} = \frac{n \cdot (n-1) \dots (n-k+1)}{k \cdot (k-1) \dots 3 \cdot 2 \cdot 1}$

Вероятност за настъпване на събитието  $A$ :

$$p(A) = \frac{\text{брой на благоприятните случаи}}{\text{брой на възможните случаи}}, \quad 0 \leq p(A) \leq 1$$

### Прогресии

Аритметична прогресия:  $a_n = a_1 + (n-1)d$   $S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n = \frac{2a_1 + (n-1)d}{2} \cdot n$

Геометрична прогресия:  $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$   $S_n = a_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}, \quad q \neq 1$

Формула за сложна лихва:  $K_n = K \cdot q^n = K \cdot \left(1 + \frac{P}{100}\right)^n$

### Зависимости в триъгълник и успоредник

Правоъгълен триъгълник:  $c^2 = a^2 + b^2$        $S = \frac{1}{2}ab = \frac{1}{2}ch_c$        $a^2 = a_1c$        $b^2 = b_1c$

$h_c^2 = a_1b_1$        $r = \frac{a+b-c}{2}$        $\sin \alpha = \frac{a}{c}$        $\cos \alpha = \frac{b}{c}$        $\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}$        $\operatorname{cotg} \alpha = \frac{b}{a}$

Произволен триъгълник:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha \quad b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \beta \quad c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma \quad \frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R$$

Формула за медиана:

$$m_a^2 = \frac{1}{4}(2b^2 + 2c^2 - a^2) \quad m_b^2 = \frac{1}{4}(2a^2 + 2c^2 - b^2) \quad m_c^2 = \frac{1}{4}(2a^2 + 2b^2 - c^2)$$

Формула за ъглополовяща:  $\frac{a}{b} = \frac{n}{m}$        $l_c^2 = ab - mn$

Формула за диагоналите на успоредник:  $d_1^2 + d_2^2 = 2a^2 + 2b^2$

### Формули за лице

Триъгълник:  $S = \frac{1}{2}ch_c$        $S = \frac{1}{2}ab \sin \gamma$        $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$

$$S = pr \quad S = \frac{abc}{4R}$$

Успоредник:  $S = ah_a$        $S = ab \sin \alpha$       Трапец:  $S = \frac{a+b}{2}h$

Четириъгълник:  $S = \frac{1}{2}d_1d_2 \sin \varphi$

Описан многоъгълник:  $S = pr$

### Тригонометрични функции

$\alpha^\circ$	$0^\circ$	$30^\circ$	$45^\circ$	$60^\circ$	$90^\circ$
$\alpha \text{ rad}$	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\operatorname{tg} \alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	–
$\operatorname{cotg} \alpha$	–	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0

	$-\alpha$	$90^\circ - \alpha$	$90^\circ + \alpha$	$180^\circ - \alpha$
sin	$-\sin \alpha$	$\cos \alpha$	$\cos \alpha$	$\sin \alpha$
cos	$\cos \alpha$	$\sin \alpha$	$-\sin \alpha$	$-\cos \alpha$
tg	$-\operatorname{tg} \alpha$	$\operatorname{cotg} \alpha$	$-\operatorname{cotg} \alpha$	$-\operatorname{tg} \alpha$
cotg	$-\operatorname{cotg} \alpha$	$\operatorname{tg} \alpha$	$-\operatorname{tg} \alpha$	$-\operatorname{cotg} \alpha$

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$$

$$\operatorname{tg}(\alpha \pm \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha \pm \operatorname{tg} \beta}{1 \mp \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta}$$

$$\operatorname{cotg}(\alpha \pm \beta) = \frac{\operatorname{cotg} \alpha \operatorname{cotg} \beta \mp 1}{\operatorname{cotg} \beta \pm \operatorname{cotg} \alpha}$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1 = 1 - 2 \sin^2 \alpha$$

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}$$

$$\operatorname{cotg} 2\alpha = \frac{\operatorname{cotg}^2 \alpha - 1}{2 \operatorname{cotg} \alpha}$$

$$\sin^2 \alpha = \frac{1}{2}(1 - \cos 2\alpha)$$

$$\cos^2 \alpha = \frac{1}{2}(1 + \cos 2\alpha)$$

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\sin \alpha - \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha - \beta}{2} \cos \frac{\alpha + \beta}{2}$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$1 - \cos \alpha = 2 \sin^2 \frac{\alpha}{2}$$

$$1 + \cos \alpha = 2 \cos^2 \frac{\alpha}{2}$$

$$\sin \alpha \sin \beta = \frac{1}{2}(\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta))$$

$$\cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2}(\cos(\alpha - \beta) + \cos(\alpha + \beta))$$

$$\sin \alpha \cos \beta = \frac{1}{2}(\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta))$$