

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО, МЛАДЕЖТА И НАУКАТА

ДЪРЖАВЕН ЗРЕЛОСТЕН ИЗПИТ

ПО МАТЕМАТИКА 31.08. 2012 г.

Ключ с верните отговори на ВАРИАНТ 2

Въпрос №	Верен отговор	Брой точки
1.	Б	2
2.	А	2
3.	Г	2
4.	В	2
5.	А	2
6.	Б	2
7.	В	2
8.	Б	2
9.	Б	2
10.	А	2
11.	Б	3
12.	Б	3
13.	Г	3
14.	Г	3
15.	Б	3
16.	Б	3
17.	В	3
18.	В	3
19.	Б	3
20.	Б	3
21.	-2	4
22.	0	4
23.	10	4
24.	400,5	4
25.	$\frac{27\sqrt{3}}{10}$	4
26.	$n = 5$	10
27.	$P = \frac{5}{9}$	10
28.	$O_1O_2 = \sqrt{26}; R = \frac{13\sqrt{10}}{8}$	10

26. Критерии за оценяване

1. Изразяване членовете на двете прогресии: **1 т.**

$$\begin{aligned} \div \div a_1, a_1 q, a_1 q^2 & \quad \text{или} \quad \div a_1, a_1 + d, a_1 + 2d \\ \div a_1, a_1 q + 1, a_1 q^2 - 1 & \quad \div \div a_1, a_1 + d - 1, a_1 + 2d + 1 \end{aligned}$$

2. Съставяне на системата **1 т.**

$$\left| \begin{array}{l} a_1 + a_1 q + a_1 q^2 = 21 \\ 2(a_1 q + 1) = a_1 + a_1 q^2 - 1 \end{array} \right. \quad \text{или} \quad \left| \begin{array}{l} a_1 + a_1 + d - 1 + a_1 + 2d + 1 = 21 \\ (a_1 + d - 1)^2 = a_1(a_1 + 2d + 1) \end{array} \right.$$

3. Решаване на системата **3 т.**

$$q_1 = 2 \in DC, \quad q_2 = \frac{1}{2} \in DC \quad \text{или} \quad a_1 = 12, \quad a_1 = 3$$

4. Отчитане, че геометричната прогресия е растяща **1 т.**

$$\Rightarrow q = 2 \quad \text{или} \quad \Rightarrow a_1 = 3$$

5. Намиране на членовете на двете прогресии : **2 т.**

$$a_1 = 3$$

$$\div \div 3, 6, 12$$

$$\div 3, 7, 11$$

6. Съставяне и решаване на уравнението $55 = \frac{2.3 + (n-1).4}{2} n, n \in \mathbb{N}$ **2 т.**

$$\text{Отговор: } n = 5$$

27. Критерии за оценяване:

1. Преброяване на трицифрените числа, образувани от дадените 4 цифри – **3 т.**

I начин : броят = $3.3.2 = 18$, защото цифрата на стотиците може да се избере от 3 цифри (1, 2 и 3), цифрата на десетиците – от 3 цифри (0 и останалите две от неизбраните) и цифрата на единиците – от 2 цифри (неизбраните за цифра на десетиците).

$$\text{Общият брой на числата е } 3.3.2 = 18$$

II начин.

Броят на трицифрените числа, образувани от 4 цифри, е $V_4^3 = 4.3.2 = 24$, като в това число са включени и тези, започващи с нула (012, 013, 023, ...), които са $V_3^2 = 3.2 = 6$. Следователно броят на трицифрените числа, образувани с помощта на цифрите 0, 1, 2 и 3, е $24 - 6 = 18$.

2. Преброяване на трицифрените числа, образувани от дадените цифри,

които се делят на 3 (за всяка от двете възможности по 3 точки) - **6 т.**

Трицифрените числа, образувани от тези цифри, ще се делят на 3, само ако сумата от трите цифри се дели на 3. В случая възможностите са две – цифрите са 1, 2, 0 или 1, 2, 3. **2 т.**

Броят на трицифрените числа, образувани от цифрите 1, 2 и 0, е $2 \cdot 2 \cdot 1 = 4$, а броят на тези, чиито цифри са 1, 2 и 3, е $P_3 = 3! = 6$. **2.2 = 4 т.**

3. Намиране на търсената вероятност. **1 т.**

Общият брой благоприятни случаи са $6 + 4 = 10$

$$\text{Вероятността } P = \frac{10}{18} = \frac{5}{9}$$

27. Критерии за оценяване:

1. От правоъгълните триъгълници ACD и BCD намиране

дължините на $AC = 15 \text{ cm}$ и $BC = 13 \text{ cm}$ **(2 т.)**

2. От правоъгълните триъгълници ACD и BCD

намиране на $r_1 = 3 \text{ cm}$ и $r_2 = 2 \text{ cm}$ **(1 т.)**

3. От O_1O_2M намиране на $MO_2 = r_1 + r_2 = 5 \text{ cm}$,

$MO_1 = r_1 - r_2 = 1 \text{ cm}$ и $O_1O_2 = \sqrt{26} \text{ cm}$ **(2 т.)**

4. От синусовата теорема за O_1O_2C изразяване на $R = \frac{O_1O_2}{2 \sin \angle O_1CO_2}$. **(1 т.)**

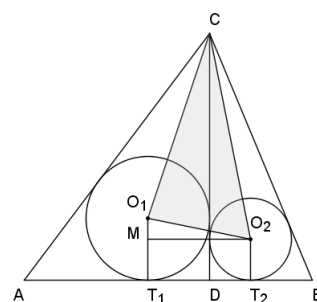
5. Изразяване на $\angle O_1CO_2 = \angle O_1CD + \angle DCO_2 = \frac{1}{2} \angle ACB$ **(1 т.)**

6. От косинусовата теорема за $\triangle ABC$ намиране на $\cos \angle ACB = \frac{AC^2 + BC^2 - AB^2}{2AC \cdot BC}$

$$\Rightarrow \cos \angle ACB = \frac{13^2 + 15^2 - 14^2}{2 \cdot 13 \cdot 15} = \frac{169 + 225 - 196}{390} = \frac{198}{390} = \frac{33}{65} \quad \text{(1 т.)}$$

7. Намиране на $\sin \angle O_1CO_2 = \sin \left(\frac{1}{2} \angle ACB \right) = \sqrt{\frac{1 - \cos \angle ACB}{2}}$

$$\sin \angle O_1CO_2 = \sqrt{\frac{1 - \frac{33}{65}}{2}} = \sqrt{\frac{16}{65}} = \frac{4\sqrt{65}}{65}. \quad \text{(1 т.)}$$



8. Намиране на $R = \frac{O_1O_2}{2 \sin \angle O_1CO_2} = \frac{\sqrt{26}}{\frac{8\sqrt{65}}{65}} = \frac{65\sqrt{26}}{4\sqrt{260}} = \frac{65}{4\sqrt{10}} = \frac{65\sqrt{10}}{40} = \frac{13\sqrt{10}}{8}$

cm

(1г.)