

**МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО, МЛАДЕЖТА И НАУКАТА**

**ДЪРЖАВЕН ЗРЕЛОСТЕН ИЗПИТ ПО**

**МАТЕМАТИКА**

**29.05.2012 Г. – ВАРИАНТ 2**

*Отговорите на задачите от 1. до 20. включително отбелязвайте в листа за отговори!*

**1 . Кое от посочените числа е по-голямо от 1?**

- А)  $\left(-\frac{1}{2}\right)^{-3}$                       Б)  $2^{-3}$                       В)  $(-2)^0$                       Г)  $\left(\sqrt{\frac{1}{2}}\right)^{-1}$

**2. Стойността на израза  $\sqrt[4]{(-9)^2} + \sqrt[3]{-27} + \sqrt{(-2)^2}$  е:**

- А) -8                      Б) -4                      В) 2                      Г) 4

**3. Допустимите стойности на израза  $\frac{\sqrt{3}}{x\sqrt{5-x}}$  са:**

- А)  $x \neq 0$  и  $x > 5$                       Б)  $x \neq 0$  и  $x \neq 5$                       В)  $x \neq 0$  и  $x < 5$                       Г)  $x \neq 0$  и  $x \leq 5$

**4. Решенията на неравенството  $\frac{9-x^2}{x} \leq 0$  са:**

- А)  $x \in [-3; 0) \cup [3; +\infty)$                       Б)  $x \in [-3; 3]$   
В)  $x \in (-\infty; -3] \cup (0; 3]$                       Г)  $x \in (3; +\infty)$

**5. Равенството  $2^{\log_2 x} = x^2$  е вярно:**

- А) само за  $x = -1$                       Б) само за  $x = 0$   
В) само за  $x = 1$                       Г) за  $x = 0$  и за  $x = 1$

**6. Кое от уравненията има два отрицателни корена?**

- А)  $2x^2 + 7x + 8 = 0$                       Б)  $2x^2 - 8x - 7 = 0$   
В)  $-2x^2 - 8x - 7 = 0$                       Г)  $-2x^2 + 8x - 7 = 0$

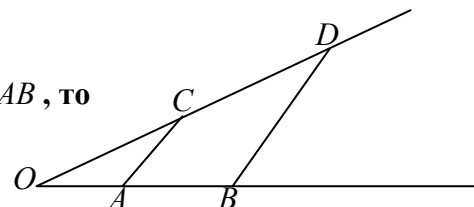
7. Броят на реалните корени на уравнението  $x^4 + 2x^2 - 5 = 0$  е:

- А) 0                      Б) 2                      В) 3                      Г) 4

8. Стойността на израза  $\sin \alpha - \cos 2\alpha + \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} - \operatorname{cot} g \frac{\alpha}{3}$  при  $\alpha = 90^\circ$  е:

- А) е  $1 - \sqrt{3}$               Б) е  $3 - \sqrt{3}$               В) е  $3 + \sqrt{3}$               Г) не съществува

9. На чертежа  $AC \parallel BD$ . Ако  $OA = 4\sqrt{2}$ ,  $CD = 8\sqrt{2}$  и  $OC = AB$ , то отсечката  $AB$  е:



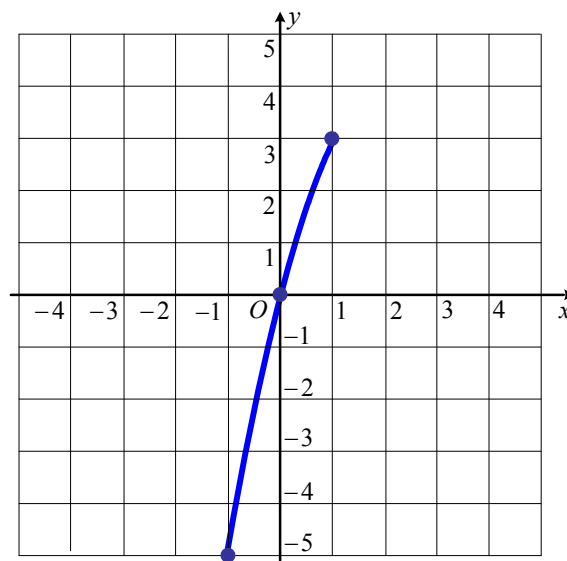
- А) 4                      Б)  $4\sqrt{2}$                       В) 8                      Г) невъзможно да се определи

10. В  $\triangle ABC$   $\angle A = 50^\circ$ , а  $\operatorname{tg} \angle B = \sqrt{3}$ . Мярката на  $\angle C$  е равна на:

- А)  $10^\circ$                       Б)  $60^\circ$                       В)  $70^\circ$                       Г)  $110^\circ$

11. На фигурата е дадена част от графиката на квадратна функция. Абсцисата на втората пресечна точка на параболата с оста  $Ox$ :

- А) е  $x = 2$ ;  
Б) е  $x = 3$ ;  
В) е  $x = 4$ ;  
Г) не може да се определи.



12. Дадена е числова редица с общ член

$a_n = n^2 - n$ ,  $n \in \mathbb{N}$ . Ако числото 42 е член на редицата, то номерът му  $n$  е равен на:

- А) 5                      Б) 6                      В) 7                      Г) 14

13. Ако за аритметична прогресия  $a_7 = 43$  и  $a_{12} = 33$ , то разликата на прогресията е равна на:

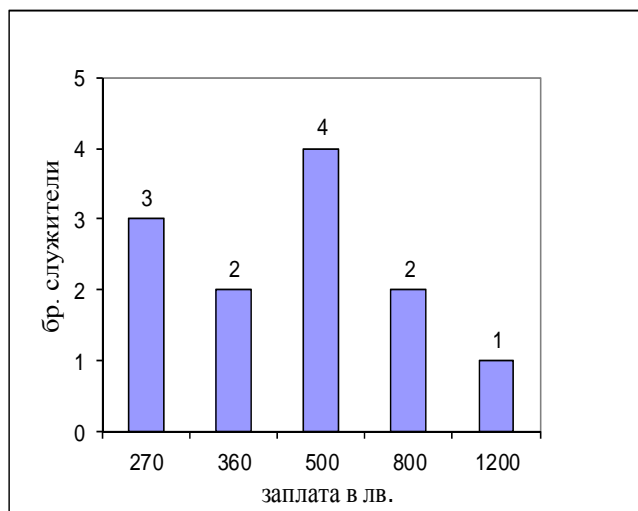
- А) -2                      Б)  $-\frac{1}{2}$                       В)  $\frac{1}{2}$                       Г) 2

14. За 2 вакантни места по математика и 3 по химия в едно училище кандидатстват 5 учители по математика и 6 по химия. По колко различни начина е възможно да се попълнят вакантните места?

- А) 150                      Б) 200                      В) 240                      Г) 300

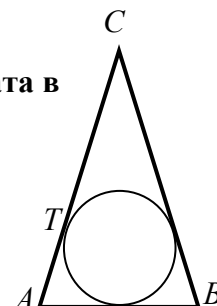
15. На диаграмата са дадени заплатите и съответният брой на служителите в една фирма. С колко лева модата на съответния статистически ред се различава от средната заплата на служителите?

- А) 272,50                      Б) 227,50  
В) 72,50                      Г) 27,50



16. За начертания равнобедрен  $\triangle ABC$   $AC = BC = b$ , а  $\angle BAC = 2\alpha$ . Вписаната в  $\triangle ABC$  окръжност се допира до  $AC$  в точка  $T$ . Отсечката  $CT$  е равна на:

- А)  $b \sin 2\alpha$                       Б)  $2b \sin^2 \alpha$                       В)  $2b \cos^2 \alpha$                       Г)  $b \cos 2\alpha$

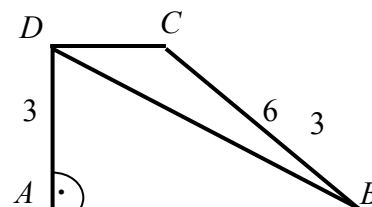


17. Четириъгълникът  $ABCD$  е вписан в окръжност. Ако  $AC = \sqrt{21}$  cm,  $DC = 5$  cm и  $AD = 4$  cm,  $\angle ABC$  е равен на:

- А)  $150^\circ$                       Б)  $120^\circ$                       В)  $60^\circ$                       Г)  $30^\circ$

18. Даден е ромб с диагонали  $a$  и  $b$ . Лицето на четириъгълника, чиито върхове са средите на страните на ромба, е:

- А)  $\frac{(\sqrt{a^2 + b^2})^2}{2}$                       Б)  $\frac{a^2 + b^2}{4}$                       В)  $\frac{ab}{4}$                       Г)  $\frac{ab}{2}$

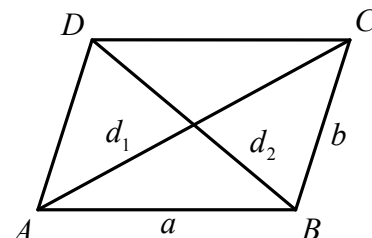


19. Даден е правоъгълен трапец  $ABCD$  с бедра  $AD = 3$  cm и  $BC = 6$  cm. Отношението на радиусите на окръжностите, описани съответно около  $\triangle ABD$  и  $\triangle BCD$ , е равно на:

- А)  $\frac{1}{2}$                       Б)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$                       В)  $\frac{2}{\sqrt{3}}$                       Г)  $\frac{2}{1}$

20. За страните  $a$  и  $b$  и диагоналите  $d_1$  и  $d_2$  на успоредник са в сила равенствата  $ab = 2,5$  и  $d_1^2 + d_2^2 = 26$ . Периметърът на успоредника е:

- А)  $6\sqrt{2}$                       Б)  $3\sqrt{2}$                       В) 2                      Г) 1,5



Отговорите на задачите от 21. до 25. включително запишете в свитъка за

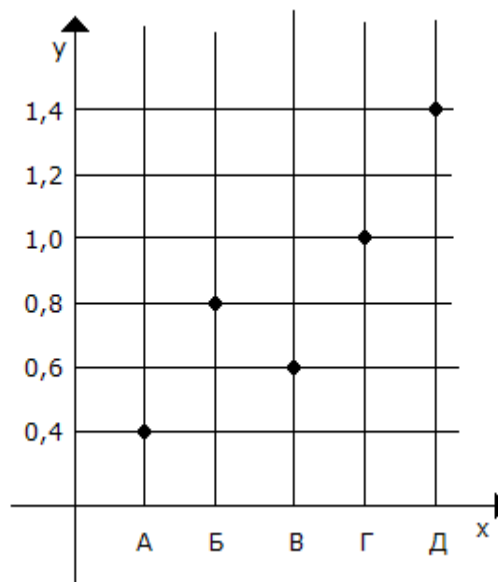
свободните отговори!

21. Намерете стойността на  $\cos \alpha$ , ако  $\sin \alpha \cdot \cos \frac{\alpha}{2} - \cos \alpha \cdot \sin \frac{\alpha}{2} = \frac{3}{4}$ .

22. Да се реши уравнението  $\sqrt{5 + 4x - x^2} = 2x - 1$ .

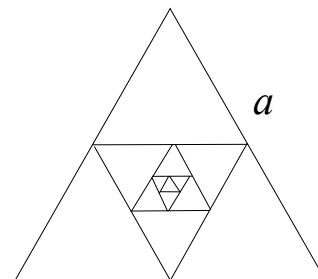
23. В зоопарк има пет вида животни. Дневната дажба на животно от всеки вид е дадена на координатна система, като по оста  $y$  е нанесена дневната дажба на животно от съответния вид, а по оста  $x$  – отделните видове животни. Наличната бройка животни от всеки вид е дадена в таблицата.

А	Б	В	Г	Д
3	4	2	1	$d$



Изчислете максималния брой  $d$  на животните от вида Д така, че средната дневна дажба на животно в зоопарка да не надвишава 1 kg.

24. Средите на страните на равностранен триъгълник със страна  $a$  са върхове на втори триъгълник. Средите на страните на втория триъгълник са върхове на трети триъгълник и т.н., върховете на всеки следващ триъгълник са средите на страните на предходния. Да се изрази чрез  $a$  сумата от периметрите на първите пет триъгълника.



25. Бедрото на тъпоъгълен равнобедрен триъгълник е 25 cm, а височината към него е 24 cm. Намерете дължината на основата на триъгълника.

Пълните решения с необходимите обосновки на задачите от 26. до 28. включително запишете в свитъка за свободните отговори!

26. За допустимите стойности на  $\alpha$  докажете тъждеството

$$\frac{\cos 5\alpha - \cos 7\alpha + \cos \alpha - \cos 3\alpha}{\sin 3\alpha - \sin \alpha + \sin 5\alpha - \sin 7\alpha} = \frac{1}{2}(\cot g\alpha - tg\alpha).$$

27. Дете подрежда по случаен начин точно 5 фигурки от картон в редица, от ляво надясно. Три от фигурките са квадратни, а две са с форма на кръг. Квадратните се различават една от друга по дължината на страната си, а тези с форма на кръг са с различни радиуси. Намерете броя на начините за подреждане на петте фигурки, ако се започва и завършва с квадратна.

28. В  $\triangle ABC$  с периметър 21 cm ъглополовящата  $CL$  ( $L \in AB$ ) е 6 cm и  $AL : BL = 4 : 3$ .

Да се намерят дължините на страните на триъгълника.

## ФОРМУЛИ

### Квадратно уравнение

$$ax^2 + bx + c = 0, \quad a \neq 0 \quad D = b^2 - 4ac \quad x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} \quad \text{при } D \geq 0$$

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2) \quad \text{Формули на Виет: } x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \quad x_1 x_2 = \frac{c}{a}$$

### Квадратна функция

Графиката на  $y = ax^2 + bx + c, \quad a \neq 0$  е парабола с връх точката  $\left(-\frac{b}{2a}; -\frac{D}{4a}\right)$

### Корен. Степен и логаритъм

$$\sqrt[k]{a^{2k}} = |a| \quad \sqrt[2k+1]{a^{2k+1}} = a \quad \text{при } k \in \mathbb{N}$$

$$\frac{1}{a^m} = a^{-m}, \quad a \neq 0 \quad \sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}} \quad \sqrt[n]{\sqrt[k]{a}} = \sqrt[nk]{a} \quad \sqrt[nk]{a^{mk}} = \sqrt[n]{a^m} \quad \text{при } a \geq 0, k \geq 2, n \geq 2 \text{ и } m, n, k \in \mathbb{N}$$

$$a^x = b \Leftrightarrow \log_a b = x \quad a^{\log_a b} = b \quad \log_a a^x = x \quad \text{при } a > 0, b > 0 \text{ и } a \neq 0$$

### Комбинаторика

Брой на пермутациите на  $n$  елемента:  $P_n = n \cdot (n-1) \dots 3 \cdot 2 \cdot 1 = n!$

Брой на вариациите на  $n$  елемента  $k$ -ти клас:  $V_n^k = n \cdot (n-1) \dots (n-k+1)$

Брой на комбинациите на  $n$  елемента  $k$ -ти клас:  $C_n^k = \frac{V_n^k}{P_k} = \frac{n \cdot (n-1) \dots (n-k+1)}{k \cdot (k-1) \dots 3 \cdot 2 \cdot 1}$

Вероятност за настъпване на събитието  $A$ :

$$p(A) = \frac{\text{брой на благоприятните случаи}}{\text{брой на възможните случаи}}, \quad 0 \leq p(A) \leq 1$$

### Прогресии

Аритметична прогресия:  $a_n = a_1 + (n-1)d \quad S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n = \frac{2a_1 + (n-1)d}{2} \cdot n$

Геометрична прогресия:  $a_n = a_1 \cdot q^{n-1} \quad S_n = a_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}, \quad q \neq 1$

Формула за сложна лихва:  $K_n = K \cdot q^n = K \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n$

### Зависимости в триъгълник и успоредник

Правоъгълен триъгълник:  $c^2 = a^2 + b^2$      $S = \frac{1}{2}ab = \frac{1}{2}ch_c$      $a^2 = a_1c$      $b^2 = b_1c$

$h_c^2 = a_1b_1$      $r = \frac{a+b-c}{2}$      $\sin \alpha = \frac{a}{c}$      $\cos \alpha = \frac{b}{c}$      $\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}$      $\operatorname{cotg} \alpha = \frac{b}{a}$

Произволен триъгълник:

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$      $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \beta$      $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma$      $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R$

Формула за медиана:

$m_a^2 = \frac{1}{4}(2b^2 + 2c^2 - a^2)$      $m_b^2 = \frac{1}{4}(2a^2 + 2c^2 - b^2)$      $m_c^2 = \frac{1}{4}(2a^2 + 2b^2 - c^2)$

Формула за ъглополовяща:  $\frac{a}{b} = \frac{n}{m}$      $l_c^2 = ab - mn$

Формула за диагоналите на успоредник:  $d_1^2 + d_2^2 = 2a^2 + 2b^2$

### Формули за лице

Триъгълник:  $S = \frac{1}{2}ch_c$      $S = \frac{1}{2}ab \sin \gamma$      $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$

$S = pr$      $S = \frac{abc}{4R}$

Успоредник:  $S = ah_a$      $S = ab \sin \alpha$     Трапец:  $S = \frac{a+b}{2}h$

Четириъгълник:  $S = \frac{1}{2}d_1d_2 \sin \varphi$

Описан многоъгълник:  $S = pr$

### Тригонометрични функции

$\alpha^\circ$	$0^\circ$	$30^\circ$	$45^\circ$	$60^\circ$	$90^\circ$
$\alpha$ rad	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\operatorname{tg} \alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	–
$\operatorname{cotg} \alpha$	–	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0

	$-\alpha$	$90^\circ - \alpha$	$90^\circ + \alpha$	$180^\circ - \alpha$
--	-----------	---------------------	---------------------	----------------------

sin	$-\sin \alpha$	cos	cos	sin
cos	cos	sin	$-\sin$	$-\cos$
tg	$-\text{tg}$	cotg	$-\text{cotg}$	$-\text{tg}$
cotg	$-\text{cotg}$	tg	$-\text{tg}$	$-\text{cotg}$

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta \quad \cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$$

$$\text{tg}(\alpha \pm \beta) = \frac{\text{tg} \alpha \pm \text{tg} \beta}{1 \mp \text{tg} \alpha \text{tg} \beta} \quad \text{cotg}(\alpha \pm \beta) = \frac{\text{cotg} \alpha \text{cotg} \beta \mp 1}{\text{cotg} \beta \pm \text{cotg} \alpha}$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha \quad \cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1 = 1 - 2 \sin^2 \alpha$$

$$\text{tg} 2\alpha = \frac{2 \text{tg} \alpha}{1 - \text{tg}^2 \alpha} \quad \text{cotg} 2\alpha = \frac{\text{cotg}^2 \alpha - 1}{2 \text{cotg} \alpha}$$

$$\sin^2 \alpha = \frac{1}{2}(1 - \cos 2\alpha) \quad \cos^2 \alpha = \frac{1}{2}(1 + \cos 2\alpha)$$

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2} \quad \sin \alpha - \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha - \beta}{2} \cos \frac{\alpha + \beta}{2}$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2} \quad \cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$1 - \cos \alpha = 2 \sin^2 \frac{\alpha}{2} \quad 1 + \cos \alpha = 2 \cos^2 \frac{\alpha}{2}$$

$$\sin \alpha \sin \beta = \frac{1}{2}(\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)) \quad \cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2}(\cos(\alpha - \beta) + \cos(\alpha + \beta))$$

$$\sin \alpha \cos \beta = \frac{1}{2}(\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta))$$