

ДЪРЖАВЕН ЗРЕЛОСТЕН ИЗПИТ ПО


МАТЕМАТИКА

19 май 2011 г. – Вариант 2

УВАЖАЕМИ ЗРЕЛОСТНИЦИ,


Тестът съдържа **28 задачи** по математика от **два вида**:


- 20 задачи със структуриран отговор с четири възможни отговора, от които само един е верен;
- 8 задачи със свободен отговор.

Първите 20 задачи (от 1. до 20. включително) в теста са от затворен тип с четири възможни отговора, обозначени с главни букви от А до Г, от които само един е верен. Отговорите на тези задачи отбелязвайте с черен цвят на химикалката в **листа за отговори**, а не върху тестовата книжка. За да отбележите верния отговор, зачертайте със знака  кръгчето с буквата на съответния отговор. Например:

(A) ~~(B)~~ (C) (D)

Ако след това прецените, че първоначалният отговор не е верен и искате да го поправите, запълнете кръгчето с грешния отговор и зачертайте буквата на друг отговор, който приемате за верен. Например:

(A)  ~~(B)~~ (C) (D)

За всяка задача трябва да е отбелязан не повече от един действителен отговор. Като действителен отговор на съответната задача се приема само този, чиято буква е зачертана със знака  .

Отговорите на задачите със свободен отговор (от 21. до 28. вкл.) запишете в предоставения свитък за свободните отговори, като за задачи от 26. до 28. вкл. запишете пълните решения с необходимите обосновки.

ПОЖЕЛАВАМЕ ВИ УСПЕШНА РАБОТА!

Отговорите на задачите от 1. до 20. включително отбелязвайте в листа за отговори!

1. Числото $x = -\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}$ е от интервала:

- А) $(3; +\infty)$ Б) $(-\infty; -3)$ В) $\left[-\frac{1}{4}; +\infty\right)$ Г) $\left[\frac{1}{4}; +\infty\right)$

2. Стойността на израза $\sqrt[3]{(1-\sqrt{3})^3} + \sqrt{(\sqrt{2}-\sqrt{3})^2}$ е равна на:

- А) $1-\sqrt{2}$ Б) $\sqrt{2}-1$ В) $1+\sqrt{2}-2\sqrt{3}$ Г) $2\sqrt{3}-\sqrt{2}-1$

3. Ако x_1 и x_2 са корените на квадратното уравнение $6x^2 + x - 2 = 0$, то $2x_1$ и $2x_2$ са корени на уравнението:

- А) $12x^2 + 2x - 4 = 0$ Б) $3x^2 + x - 1 = 0$ В) $3x^2 + x - 4 = 0$ Г) $6x^2 - 2x + 8 = 0$

4. Решенията на неравенството $\frac{x^2 + x - 6}{1 - x^2} < 0$ са:

- А) $x \in (-\infty; -3) \cup (-1; 1) \cup (2; +\infty)$ Б) $x \in (-3; -1) \cup (1; 2)$
В) $x \in (-\infty; -2) \cup (-1; 1) \cup (3; +\infty)$ Г) $x \in (-2; -1) \cup (1; 3)$

5. Дефиниционната област на израза $\frac{1}{\sqrt{x-1}}$ е:

- А) $x \in [0; +\infty)$ Б) $x \in (1; +\infty)$ В) $x \in (-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$ Г) $x \in [0; 1) \cup (1; +\infty)$

6. Броят на реалните корени на уравнението $x^4 + x^2 = 20$ е:

- А) 0 Б) 1 В) 2 Г) 4

7. Стойността на израза $\sin \alpha + \cos \frac{\alpha}{2} + \operatorname{tg} 2\alpha + \operatorname{cotg} \frac{3\alpha}{2}$ при $\alpha = 60^\circ$:

- А) $e 1 - \sqrt{3}$ Б) $e 0$ В) $e 2\sqrt{3}$ Г) не съществува

8. Неравенството $\log_a \frac{1}{3} > \log_a \frac{1}{4}$ е вярно, когато:

- А) $a < 0$ Б) $0 < a < 1$ В) $a = 1$ Г) $a > 1$

9. Общият член на числова редица е $a_n = \sqrt{n^2 - 8n + 16} + 21$, $n \in \mathbb{N}$. Номерът n , за който a_n приема най-малка стойност, е:

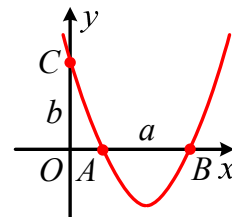
- А) 1 Б) 4 В) 17 Г) 21

10. Разликата на аритметична прогресия, за която $a_3 = 3$ и $3a_2 - a_4 = 4$, е равна на:

- А) $-\frac{1}{2}$ Б) $\frac{1}{2}$ В) $\frac{5}{4}$ Г) $\frac{5}{2}$

11. В правоъгълна координатна система xOy е построена графиката на функцията $y = x^2 - \frac{11}{3}x + 2$. Точките A и B са пресечните точки на графиката с абсцисната ос, а точката C е пресечната точка на графиката с ординатната ос. Ако $AB = a$ и $OC = b$, то:

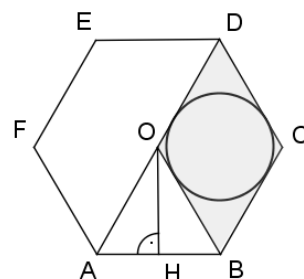
- А) $a < b$ Б) $a = b$
В) $a > b$ Г) a и b не могат да се сравнят.



12. Кое от твърденията НЕ е вярно за статистическия ред: 1; 2; 2; 3; 4; 4; 4; 5; 6; 6; 6; 7; 8; 8; 9?

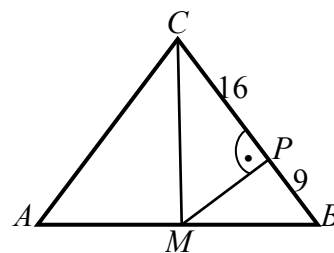
- А) Медианата и средноаритметичното на реда са равни.
Б) Ако се добави нов член на реда, равен на 4, то медианата на получения ред ще бъде 4,5.
В) Ако се отстрани един член на реда, равен на 4, то модата на получения ред ще бъде по-малка от медианата.
Г) Ако се добави нов член на реда, равен на 4, то модата на получения ред ще бъде по-малка от медианата.

13. На чертежа $ABCDEF$ е правилен шестоъгълник. Ако в него е вписана окръжност с радиус $OH = 3\sqrt{3}$, то радиусът на окръжността, вписана в четириъгълника $OBCD$, е равен на:



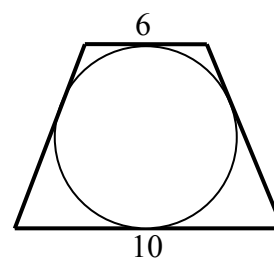
- А) $\sqrt{3}$ Б) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ В) 3 Г) $2\sqrt{3}$

14. В равнобедрения $\triangle ABC$ на чертежа CM ($M \in AB$) е медиана към основата и $MP \perp BC$ ($P \in BC$). Ако $BP = 9$ и $PC = 16$, то лицето на $\triangle ABC$ е равно на:



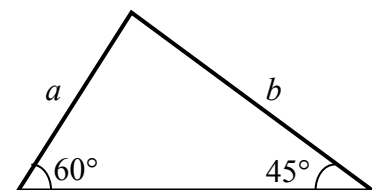
- А) 150 Б) 300 В) 600 Г) 3600

15. В равнобедрен трапец с основи 6 cm и 10 cm е вписана окръжност. Радиусът на окръжността е:



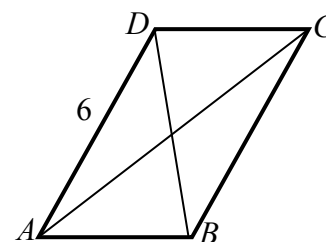
- А) $\sqrt{15}$ cm Б) $\sqrt{17}$ cm В) $2\sqrt{15}$ cm Г) $2\sqrt{17}$ cm

16. За триъгълника на чертежа отношението $a^2 : b^2$ е равно на:



- А) $\sqrt{2} : \sqrt{3}$ Б) 2 : 3 В) $\sqrt{2} : 3$ Г) $2 : \sqrt{3}$

17. За успоредника $ABCD$ на чертежа $AD = 6$, $AC = 2\sqrt{19}$ и $BD = 4$. Дължината на страната AB е равна на:



- А) $\sqrt{10}$ Б) $\sqrt{18}$ В) $\sqrt{41}$ Г) 10

18. Даден е $\triangle ABC$, за който $AB = 10\sqrt{2}$ и $\angle ACB = 135^\circ$. Разстоянието от центъра на описаната около триъгълника окръжност до страната AB е равно на:

- А) $2\sqrt{2}$ Б) $3\sqrt{2}$ В) $4\sqrt{2}$ Г) $5\sqrt{2}$

19. Лицето на ромб $ABCD$ с диагонал $AC = 4\sqrt{3}$ и $\angle ABC = 120^\circ$ е:

- А) $2\sqrt{3}$ Б) 8 В) $6\sqrt{3}$ Г) $8\sqrt{3}$

20. Даден е $\triangle ABC$, за който $AC = 5\sqrt{3}$, $BC = 12$ и $S_{\triangle ABC} = 15\sqrt{3}$. Дължина на страната AB може да бъде числото:

- А) $\sqrt{199}$ Б) $\sqrt{299}$ В) $\sqrt{399}$ Г) $\sqrt{499}$

Отговорите на задачите от 21. до 25. включително запишете в свитъка за

свободните отговори!

21. За $a > 0$ и $b > 0$ намерете стойността на числото $\lg \frac{ab}{10}$, ако $\lg a = 7$ и $\lg b = 3$.

22. Намерете сбора от корените на уравнението $\sqrt{3x^2 + 7x + 5} = 2x + 1$.

23. В правоъгълна координатна система с мерна единица 1 cm са построени графиките на функциите $f(x) = x^2 + x - 17$ и $g(x) = 2x - 5$, а M е обща точка на двете графики и лежи в първи квадрант. Намерете разстоянието в сантиметри от точка M до началото на координатната система.

24. Фирма се състои от три отдела: административен – 4 души със средна заплата 600 лв, научен – 10 души със средна заплата 550 лв и производствен – 36 души със средна заплата 500 лв. Каква е средната заплата във фирмата?

25. Две от страните на разностранен триъгълник са с дължини 4 cm и 6 cm, а мерките на ъглите срещу тях се отнасят съответно както 1 : 2 . Да се намери третата страна на триъгълника.

Пълните решения с необходимите обосновки на задачите от 26. до 28. включително запишете в свитъка за свободните отговори!

26. За членовете на аритметична прогресия a_1, a_2, a_3, \dots и геометрична прогресия b_1, b_2, b_3, \dots са в сила равенствата: $a_1 = 2b_1 = 2$, $a_6 = 3b_2$, $a_{15} = 4b_3$. Намерете първите три члена на двете прогресии.
27. С помощта на цифрите 0, 1, 8 и 9 са записани всички трицифрени числа с различни цифри и по случаен начин е избрано едно от тях. Каква е вероятността това число да се дели на 9?
28. В $\triangle ABC$ със страна $AB = \sqrt{10}$ точката O е центърът на вписаната окръжност, $AO = 2$ и $BO = \sqrt{2}$. Да се намери лицето на $\triangle ABC$.