


ДЪРЖАВЕН ЗРЕЛОСТЕН ИЗПИТ ПО
МАТЕМАТИКА

1.09. 2010 г. – Вариант 2

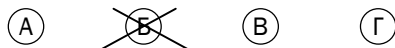
УВАЖАЕМИ ЗРЕЛОСТНИЦИ,

Тестът съдържа **28 задачи** по математика от **два вида**:

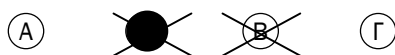
- 20 задачи със структуриран отговор с четири възможни отговора, от които само един е верен;
- 8 задачи със свободен отговор.


Първите 20 задачи (от 1. до 20. включително) в теста са от затворен тип с четири възможни отговора, обозначени с главни букви от А до Г, от които само един е верен. Отговорите на тези задачи отбелязвайте с черен цвят на химикалката в **листа за отговори**, а не върху тестовата книжка. За да отбележите верния отговор, зачертайте със знака 

кръгчето с буквата на съответния отговор. Например:



Ако след това прецените, че първоначалният отговор не е верен и искате да го поправите, запълнете кръгчето с грешния отговор и зачертайте буквата на друг отговор, който приемате за верен. Например:



За всяка задача трябва да е отбелязан не повече от един действителен отговор. Като действителен отговор на съответната задача се приема само този, чиято буква е зачертана със знака  .

Отговорите на задачите със свободен отговор (от 21. до 28. вкл.) запишете в предоставения **свитък за свободните отговори**, като за задачи от 26. до 28. вкл. запишете пълните решения с необходимите обосновки.

ПОЖЕЛАВАМЕ ВИ УСПЕШНА РАБОТА!

Отговорите на задачите от 1. до 20 включително отбелязвайте в листа за отговори!

1. Кое от посочените числа е най-голямо?

А) $\left(\frac{1}{8}\right)^{\frac{1}{3}}$ Б) $\log_3 1$ В) 2^{-5} Г) $\left(\frac{1}{16}\right)^{-\frac{1}{2}}$

2. Изразът $\frac{1}{(4\sqrt{5}+9)}$ е равен на:

А) $\frac{4\sqrt{5}-9}{61}$ Б) $4\sqrt{5}-9$ В) $9-4\sqrt{5}$ Г) $\frac{9-4\sqrt{5}}{61}$

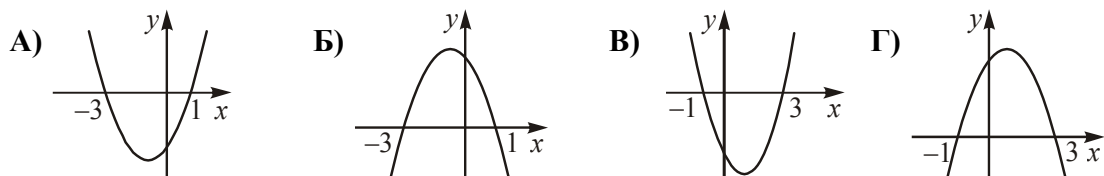
3. Изразът $\frac{(x+1)(2x+1)}{x+2-x^2}$ при $x \neq -1, x \neq 2$ е тъждествено равен на:

А) $\frac{2x+1}{x+2}$ Б) $\frac{2x+1}{2-x}$ В) $\frac{2x+1}{x-2}$ Г) $\frac{2x-1}{x-2}$

4. Решенията на неравенството $x^2 + 5x - 6 \leq 0$ са:

А) $x \in (-\infty; -6] \cup [1; +\infty)$ Б) $x \in [-1; 6]$
В) $x \in [-6; 1]$ Г) $x \in \left(-\infty; -\frac{1}{6}\right] \cup [1; +\infty)$

5. Графиката на функцията $y = -x^2 + 2x + 3$ е:



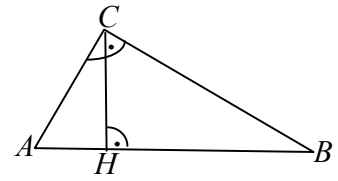
6. Каква е функцията $f(x) = -x^2 + 5x + 7$ в интервала $(1; 2)$?

- А) само растяща Б) само намаляваща
В) константа Г) намаляваща и растяща

7. Решенията на уравнението $x^2\sqrt{x-2} = 0$ са:

А) само 2 Б) само 0 В) 0 и 2 Г) $x \in (-\infty; +\infty)$

16. На чертежа CH е височина към хипотенузата AB на правоъгълния $\triangle ABC$. Ако $AH = 1$ cm и $CH = 2$ cm, лицето на $\triangle ABC$ е:



- А) 12 cm^2 Б) 10 cm^2 В) 6 cm^2 Г) 5 cm^2

17. Радиусът на описаната около $\triangle ABC$ окръжност е $17\sqrt{2}$ и $\cos \sphericalangle BAC = -\frac{4}{\sqrt{17}}$.

Дължината на страната BC е равна на:

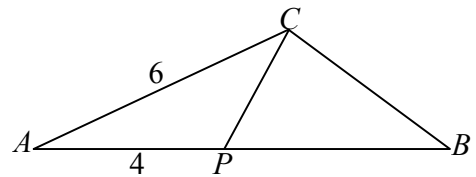
- А) $8\sqrt{34}$ Б) $4\sqrt{34}$ В) $2\sqrt{34}$ Г) $\sqrt{34}$

18. Даден е успоредник $ABCD$ със страна $AD = 4$ cm, диагонал $BD = 4\sqrt{3}$ cm и $\sphericalangle ADC = 120^\circ$. Лицето на успоредника е:

- А) $16\sqrt{3} \text{ cm}^2$ Б) 16 cm^2 В) $8\sqrt{3} \text{ cm}^2$ Г) 8 cm^2

19. В $\triangle ABC$ $AC = 6$ cm и $AB = 9$ cm. Ако

точка $P \in AB$ е такава, че $AP = 4$ cm и $CP = \frac{8}{3}$ cm,



то дължината на страната BC е равна на:

- А) 4 cm Б) 5 cm В) 6 cm Г) 8 cm

20. Да се намери радиусът на окръжността, описана около трапец с основи 9 cm и 3 cm и ъгъл при малката основа $\alpha = 120^\circ$.

- А) $\sqrt{7}$ cm Б) 7 cm В) $\sqrt{21}$ cm Г) 21 cm

Отговорите на задачите от 21. до 25. включително запишете в свитъка за свободните отговори!

21. За геометрична прогресия с частно q е дадено, че $q^3 = \frac{1}{8}$, а сборът $a_3 + a_5 = 5$. Да се намери a_4 .

22. В правоъгълния $\triangle ABC$ ($\sphericalangle ACB = 90^\circ$) $AB = 13$ и $\cos \sphericalangle BAC = \frac{12}{13}$. Намерете радиуса на вписаната в триъгълника окръжност.

23. Четириъгълникът $ABCD$ е с лице 9 cm^2 и е описан около окръжност с радиус 1 cm . Ако $AD = 4\text{ cm}$ и $CD = 6\text{ cm}$, намерете дължините на страните AB и BC .

24. При каква стойност на α , $\alpha \in [0^\circ; 180^\circ]$, изразът $1 + \cos(\alpha + 30^\circ)$ приема най-малка стойност?

25. В кутия са поставени 3 еднакви топчета – бяло, зелено и червено. По случаен начин се изваждат едно по едно всичките топчета. Каква е вероятността изважданите топчета да се появят в последователност бяло, зелено, червено?

Пълните решения с необходимите обосновки на задачите от 26. до 28. включително запишете в свитъка за свободните отговори

26. Да се реши уравнението $\sqrt{1 + \frac{2}{x}} + 4 \cdot \sqrt{\frac{x}{x+2}} = 4$.

27. Като знаете, че числото $484000 = 2^5 \cdot 5^3 \cdot 11^2$ намерете броя на неговите делители, като включите в тях и делителите 1 и 484000.

28. В правоъгълния $\triangle ABC$ ($\sphericalangle ACB = 90^\circ$), ъглополовящата BL ($L \in AC$) и медианата CO ($O \in AB$) се пресичат в точка K . Ако радиусът на окръжността, описана около $\triangle ABC$, е с дължина 4 и $BL \perp CO$, намерете дължината на отсечката AK .

ФОРМУЛИ

Квадратно уравнение

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$$

$$\text{Формули на Виет} \quad x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \quad x_1 x_2 = \frac{c}{a}$$

Квадратна функция

Графиката на $y = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$ е парабола с връх точката $(-\frac{b}{2a}; -\frac{D}{4a})$

Корен. Степен и логаритъм

$$\sqrt[2k]{a^{2k}} = |a| \quad \sqrt[2k+1]{a^{2k+1}} = a; \quad \text{при } k \in \mathbb{N}$$

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}} \quad \sqrt[nk]{a^{mk}} = \sqrt[n]{a^m} \quad \sqrt[nk]{a} = \sqrt[n]{a^{\frac{1}{k}}}; \quad \text{при } a > 0, n \geq 2, k \geq 2 \text{ и } n, m, k \in \mathbb{N}$$

$$\log_a b = x \Leftrightarrow a^x = b \quad \log_a a^x = x \quad a^{\log_a b} = b; \quad \text{при } b > 0, a > 0, a \neq 1$$

Комбинаторика

Брой на пермутациите на n елемента: $P_n = 1.2.3 \dots (n-1)n = n!$

Брой на вариациите на n елемента k -ти клас: $V_n^k = n.(n-1) \dots (n-k+1)$

Брой на комбинациите на n елемента k -ти клас: $C_n^k = \frac{V_n^k}{P_k} = \frac{n.(n-1) \dots (n-k+1)}{1.2.3 \dots (k-1)k}$

Вероятност $P(A) = \frac{\text{брой на благоприятните случаи}}{\text{брой на възможните случаи}} \quad 0 \leq P(A) \leq 1$

Прогресии

Аритметична прогресия: $a_n = a_1 + (n-1)d$

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n = \frac{2a_1 + (n-1)d}{2} \cdot n$$

Геометрична прогресия: $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$

$$S_n = \frac{a_n q - a_1}{q-1} = a_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q-1}$$

Формула за сложна лихва: $K_n = K \cdot q^n = K \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n$

Зависимости в триъгълник

Правоъгълен триъгълник: $c^2 = a^2 + b^2$ $S = \frac{1}{2}ab = \frac{1}{2}ch_c$ $a^2 = a_1c$ $b^2 = b_1c$

$h_c^2 = a_1b_1$ $r = \frac{a+b-c}{2}$ $\sin \alpha = \frac{a}{c}$ $\cos \alpha = \frac{b}{c}$ $\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}$ $\operatorname{cotg} \alpha = \frac{b}{a}$

Произволен триъгълник: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$ $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \beta$

$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma$ $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R$

Формула за медиана: $m_a^2 = \frac{1}{4}(2b^2 + 2c^2 - a^2)$ $m_b^2 = \frac{1}{4}(2a^2 + 2c^2 - b^2)$

$m_c^2 = \frac{1}{4}(2a^2 + 2b^2 - c^2)$

Формула за ъглополовяща: $\frac{a}{b} = \frac{n}{m}$ $l_c^2 = ab - nm$

Формули за лице

Триъгълник: $S = \frac{1}{2}ch_c$ $S = \frac{1}{2}ab \sin \gamma$ $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$

$S = pr$ $S = \frac{abc}{4R}$

Успоредник: $S = ah_a$ $S = ab \sin \alpha$

Четириъгълник: $S = \frac{1}{2}d_1d_2 \sin \varphi$

Описан многоъгълник: $S = pr$

Тригонометрични функции

α^0	0^0	30^0	45^0	60^0	90^0
α rad	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\operatorname{tg} \alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	–
$\operatorname{cotg} \alpha$	–	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0

	$-\alpha$	$90^\circ - \alpha$	$90^\circ + \alpha$	$180^\circ - \alpha$
sin	$-\sin \alpha$	$\cos \alpha$	$\cos \alpha$	$\sin \alpha$
cos	$\cos \alpha$	$\sin \alpha$	$-\sin \alpha$	$-\cos \alpha$
tg	$-\operatorname{tg} \alpha$	$\operatorname{cotg} \alpha$	$-\operatorname{cotg} \alpha$	$-\operatorname{tg} \alpha$
cotg	$-\operatorname{cotg} \alpha$	$\operatorname{tg} \alpha$	$-\operatorname{tg} \alpha$	$-\operatorname{cotg} \alpha$

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$$

$$\operatorname{tg}(\alpha \pm \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha \pm \operatorname{tg} \beta}{1 \mp \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta}$$

$$\operatorname{cotg}(\alpha \pm \beta) = \frac{\operatorname{cotg} \alpha \operatorname{cotg} \beta \mp 1}{\operatorname{cotg} \beta \pm \operatorname{cotg} \alpha}$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1 = 1 - 2 \sin^2 \alpha$$

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha} \quad \operatorname{cotg} 2\alpha = \frac{\operatorname{cotg}^2 \alpha - 1}{2 \operatorname{cotg} \alpha}$$

$$\sin^2 \alpha = \frac{1}{2}(1 - \cos 2\alpha) \quad \cos^2 \alpha = \frac{1}{2}(1 + \cos 2\alpha)$$

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\sin \alpha - \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha - \beta}{2} \cos \frac{\alpha + \beta}{2}$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\sin \alpha \sin \beta = \frac{1}{2}(\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta))$$

$$\cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2}(\cos(\alpha - \beta) + \cos(\alpha + \beta))$$

$$\sin \alpha \cos \beta = \frac{1}{2}(\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta))$$