


ДЪРЖАВЕН ЗРЕЛОСТЕН ИЗПИТ ПО  
МАТЕМАТИКА

1.09. 2010 г. – Вариант 2

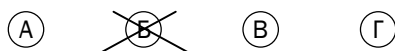
**УВАЖАЕМИ ЗРЕЛОСТНИЦИ,**

Тестът съдържа **28 задачи** по математика от **два вида**:

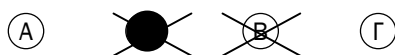
- 20 задачи със структуриран отговор с четири възможни отговора, от които само един е верен;
- 8 задачи със свободен отговор.


**Първите 20 задачи (от 1. до 20. включително)** в теста са от затворен тип с четири възможни отговора, обозначени с главни букви от А до Г, от които само един е верен. Отговорите на тези задачи отбелязвайте с черен цвят на химикалката в **листа за отговори**, а не върху тестовата книжка. За да отбележите верния отговор, зачертайте със знака 

кръгчето с буквата на съответния отговор. Например:



Ако след това прецените, че първоначалният отговор не е верен и искате да го поправите, запълнете кръгчето с грешния отговор и зачертайте буквата на друг отговор, който приемате за верен. Например:



**За всяка задача трябва да е отбелязан не повече от един действителен отговор. Като действителен отговор на съответната задача се приема само този, чиято буква е зачертана със знака .**

Отговорите на задачите със свободен отговор (от 21. до 28. вкл.) запишете в предоставения **свитък за свободните отговори**, като за задачи от 26. до 28. вкл. запишете пълните решения с необходимите обосновки.

***ПОЖЕЛАВАМЕ ВИ УСПЕШНА РАБОТА!***

Отговорите на задачите от 1. до 20 включително отбелязвайте в листа за отговори!

**1. Кое от посочените числа е най-голямо?**

А)  $\left(\frac{1}{8}\right)^{\frac{1}{3}}$       Б)  $\log_3 1$       В)  $2^{-5}$       Г)  $\left(\frac{1}{16}\right)^{-\frac{1}{2}}$

**2. Изразът  $\frac{1}{(4\sqrt{5}+9)}$  е равен на:**

А)  $\frac{4\sqrt{5}-9}{61}$       Б)  $4\sqrt{5}-9$       В)  $9-4\sqrt{5}$       Г)  $\frac{9-4\sqrt{5}}{61}$

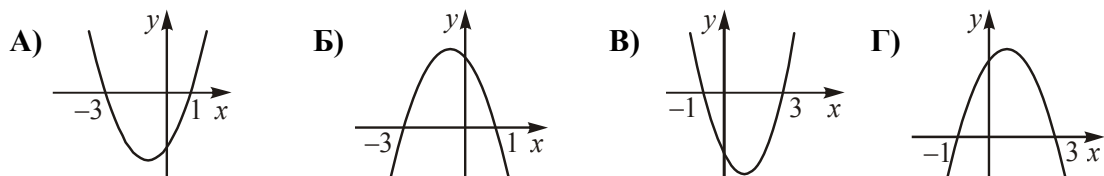
**3. Изразът  $\frac{(x+1)(2x+1)}{x+2-x^2}$  при  $x \neq -1, x \neq 2$  е тъждествено равен на:**

А)  $\frac{2x+1}{x+2}$       Б)  $\frac{2x+1}{2-x}$       В)  $\frac{2x+1}{x-2}$       Г)  $\frac{2x-1}{x-2}$

**4. Решенията на неравенството  $x^2 + 5x - 6 \leq 0$  са:**

А)  $x \in (-\infty; -6] \cup [1; +\infty)$       Б)  $x \in [-1; 6]$   
В)  $x \in [-6; 1]$       Г)  $x \in \left(-\infty; -\frac{1}{6}\right] \cup [1; +\infty)$

**5. Графиката на функцията  $y = -x^2 + 2x + 3$  е:**



**6. Каква е функцията  $f(x) = -x^2 + 5x + 7$  в интервала  $(1; 2)$ ?**

- А) само растяща      Б) само намаляваща  
В) константа      Г) намаляваща и растяща

**7. Решенията на уравнението  $x^2\sqrt{x-2} = 0$  са:**

А) само 2      Б) само 0      В) 0 и 2      Г)  $x \in (-\infty; +\infty)$

8. Стойността на израза  $\log_2 16 + 2\log_{\frac{1}{3}} 9 - \lg 0,0001$  е равна на:

- А) 5                                      Б) 4                                      В) -3                                      Г) -4

9. Стойността на израза  $\cos(90^\circ + \alpha) + \sin(180^\circ - \alpha) + \sin^2 80^\circ + \cos^2 80^\circ - 1$  е:

- А) 1                                      Б) 2                                      В) 0                                      Г) 3

10. Ако  $\alpha$  е остър ъгъл и  $\cos \alpha = \sin 60^\circ \cos 18^\circ - \sin 18^\circ \cos 60^\circ$ , то:

- А)  $\alpha = 32^\circ$                               Б)  $\alpha = 42^\circ$                               В)  $\alpha = 48^\circ$                               Г)  $\alpha = 80^\circ$

11. Петият член на аритметична прогресия е равен на  $-1$ . Да се намери сумата на първите 9 члена на прогресията.

- А)  $-9$                                       Б)  $-2$                                       В) 0                                      Г) 9

12. Автомобилна фирма предлага свой нов модел автомобил с три различни двигателя, четири различни варианта на вътрешно обзавеждане и пет различни цвята на купето. Колко различни варианти на автомобила се предлагат на пазара?

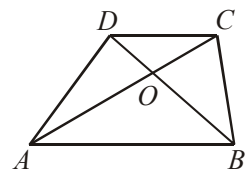
- А) 12                                      Б) 15                                      В) 60                                      Г) 80

13. Решенията на системата  $\begin{cases} x^2 + y^2 = 61 \\ x + y = -1 \end{cases}$  са:

- А)  $(-5; -6); (-6; -5)$                               Б)  $(5; -6); (-6; 5)$   
В)  $(-5; 6); (6; -5)$                               Г)  $(5; 6); (6; 5)$

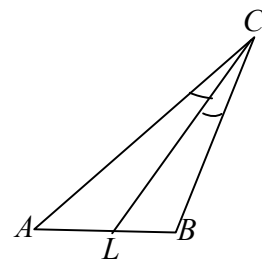
14. На чертежа  $ABCD$  ( $AB \parallel CD$ ) е трапец, чиито диагонали се пресичат в точка  $O$  и лицето на  $\triangle DCO$  е  $7 \text{ cm}^2$ , а лицето на  $\triangle AOB$  е  $28 \text{ cm}^2$ . Отношението  $DO : BO$  е равно на:

- А) 1:2                              Б) 1:3                              В) 1:4                              Г) 4:1

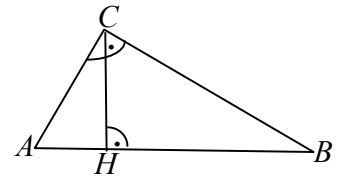


15. В  $\triangle ABC$   $AC = 12 \text{ cm}$ ,  $BC = 8 \text{ cm}$  и  $\sphericalangle ACB = 30^\circ$ . Ако  $CL$  е ъглополовящата на  $\sphericalangle ACB$ , то лицето на  $\triangle ACL$  е:

- А)  $9,6 \text{ cm}^2$                               Б)  $14,4 \text{ cm}^2$   
В)  $16 \text{ cm}^2$                               Г)  $18 \text{ cm}^2$



16. На чертежа  $CH$  е височина към хипотенузата  $AB$  на правоъгълния  $\triangle ABC$ . Ако  $AH = 1$  см и  $CH = 2$  см, лицето на  $\triangle ABC$  е:



- А)  $12 \text{ cm}^2$       Б)  $10 \text{ cm}^2$       В)  $6 \text{ cm}^2$       Г)  $5 \text{ cm}^2$

17. Радиусът на описаната около  $\triangle ABC$  окръжност е  $17\sqrt{2}$  и  $\cos \sphericalangle BAC = -\frac{4}{\sqrt{17}}$ .

Дължината на страната  $BC$  е равна на:

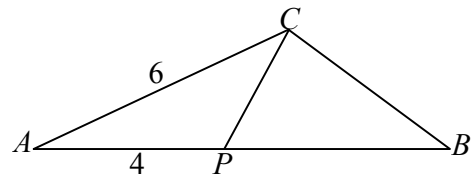
- А)  $8\sqrt{34}$       Б)  $4\sqrt{34}$       В)  $2\sqrt{34}$       Г)  $\sqrt{34}$

18. Даден е успоредник  $ABCD$  със страна  $AD = 4$  см, диагонал  $BD = 4\sqrt{3}$  см и  $\sphericalangle ADC = 120^\circ$ . Лицето на успоредника е:

- А)  $16\sqrt{3} \text{ cm}^2$       Б)  $16 \text{ cm}^2$       В)  $8\sqrt{3} \text{ cm}^2$       Г)  $8 \text{ cm}^2$

19. В  $\triangle ABC$   $AC = 6$  см и  $AB = 9$  см. Ако

точка  $P \in AB$  е такава, че  $AP = 4$  см и  $CP = \frac{8}{3}$  см,



то дължината на страната  $BC$  е равна на:

- А) 4 см      Б) 5 см      В) 6 см      Г) 8 см

20. Да се намери радиусът на окръжността, описана около трапец с основи 9 см и 3 см и ъгъл при малката основа  $\alpha = 120^\circ$ .

- А)  $\sqrt{7}$  см      Б) 7 см      В)  $\sqrt{21}$  см      Г) 21 см

Отговорите на задачите от 21. до 25. включително запишете в свитъка за свободните отговори!

21. За геометрична прогресия с частно  $q$  е дадено, че  $q^3 = \frac{1}{8}$ , а сборът  $a_3 + a_5 = 5$ . Да се намери  $a_4$ .

22. В правоъгълния  $\triangle ABC$  ( $\sphericalangle ACB = 90^\circ$ )  $AB = 13$  и  $\cos \sphericalangle BAC = \frac{12}{13}$ . Намерете радиуса на вписаната в триъгълника окръжност.

23. Четириъгълникът  $ABCD$  е с лице  $9\text{ cm}^2$  и е описан около окръжност с радиус  $1\text{ cm}$ . Ако  $AD = 4\text{ cm}$  и  $CD = 6\text{ cm}$ , намерете дължините на страните  $AB$  и  $BC$ .

24. При каква стойност на  $\alpha$ ,  $\alpha \in [0^\circ; 180^\circ]$ , изразът  $1 + \cos(\alpha + 30^\circ)$  приема най-малка стойност?

25. В кутия са поставени 3 еднакви топчета – бяло, зелено и червено. По случаен начин се изваждат едно по едно всичките топчета. Каква е вероятността изважданите топчета да се появят в последователност бяло, зелено, червено?

Пълните решения с необходимите обосновки на задачите от 26. до 28. включително запишете в свитъка за свободните отговори

26. Да се реши уравнението  $\sqrt{1 + \frac{2}{x}} + 4 \cdot \sqrt{\frac{x}{x+2}} = 4$ .

27. Като знаете, че числото  $484000 = 2^5 \cdot 5^3 \cdot 11^2$  намерете броя на неговите делители, като включите в тях и делителите 1 и 484000.

28. В правоъгълния  $\triangle ABC$  ( $\sphericalangle ACB = 90^\circ$ ), ъглополовящата  $BL$  ( $L \in AC$ ) и медианата  $CO$  ( $O \in AB$ ) се пресичат в точка  $K$ . Ако радиусът на окръжността, описана около  $\triangle ABC$ , е с дължина 4 и  $BL \perp CO$ , намерете дължината на отсечката  $AK$ .

## ФОРМУЛИ

### Квадратно уравнение

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$$

$$\text{Формули на Виет} \quad x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \quad x_1 x_2 = \frac{c}{a}$$

### Квадратна функция

Графиката на  $y = ax^2 + bx + c$ ,  $a \neq 0$  е парабола с връх точката  $(-\frac{b}{2a}; -\frac{D}{4a})$

### Корен. Степен и логаритъм

$$\sqrt[2k]{a^{2k}} = |a| \quad \sqrt[2k+1]{a^{2k+1}} = a; \quad \text{при } k \in \mathbb{N}$$

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}} \quad \sqrt[nk]{a^{mk}} = \sqrt[n]{a^m} \quad \sqrt[nk]{a} = \sqrt[n]{a^{\frac{1}{k}}}; \quad \text{при } a > 0, n \geq 2, k \geq 2 \text{ и } n, m, k \in \mathbb{N}$$

$$\log_a b = x \Leftrightarrow a^x = b \quad \log_a a^x = x \quad a^{\log_a b} = b; \quad \text{при } b > 0, a > 0, a \neq 1$$

### Комбинаторика

Брой на пермутациите на  $n$  елемента:  $P_n = 1.2.3 \dots (n-1)n = n!$

Брой на вариациите на  $n$  елемента  $k$ -ти клас:  $V_n^k = n.(n-1) \dots (n-k+1)$

Брой на комбинациите на  $n$  елемента  $k$ -ти клас:  $C_n^k = \frac{V_n^k}{P_k} = \frac{n.(n-1) \dots (n-k+1)}{1.2.3 \dots (k-1)k}$

Вероятност  $P(A) = \frac{\text{брой на благоприятните случаи}}{\text{брой на възможните случаи}} \quad 0 \leq P(A) \leq 1$

### Прогресии

Аритметична прогресия:  $a_n = a_1 + (n-1)d$

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n = \frac{2a_1 + (n-1)d}{2} \cdot n$$

Геометрична прогресия:  $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$

$$S_n = \frac{a_n q - a_1}{q-1} = a_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q-1}$$

Формула за сложна лихва:  $K_n = K \cdot q^n = K \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n$

### Зависимости в триъгълник

Правоъгълен триъгълник:  $c^2 = a^2 + b^2$      $S = \frac{1}{2}ab = \frac{1}{2}ch_c$      $a^2 = a_1c$      $b^2 = b_1c$

$h_c^2 = a_1b_1$      $r = \frac{a+b-c}{2}$      $\sin \alpha = \frac{a}{c}$      $\cos \alpha = \frac{b}{c}$      $\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}$      $\operatorname{cotg} \alpha = \frac{b}{a}$

Произволен триъгълник:  $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$      $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \beta$

$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma$      $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R$

Формула за медиана:  $m_a^2 = \frac{1}{4}(2b^2 + 2c^2 - a^2)$      $m_b^2 = \frac{1}{4}(2a^2 + 2c^2 - b^2)$

$m_c^2 = \frac{1}{4}(2a^2 + 2b^2 - c^2)$

Формула за ъглополовяща:  $\frac{a}{b} = \frac{n}{m}$      $l_c^2 = ab - nm$

### Формули за лице

Триъгълник:  $S = \frac{1}{2}ch_c$      $S = \frac{1}{2}ab \sin \gamma$      $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$

$S = pr$      $S = \frac{abc}{4R}$

Успоредник:  $S = ah_a$      $S = ab \sin \alpha$

Четириъгълник:  $S = \frac{1}{2}d_1d_2 \sin \varphi$

Описан многоъгълник:  $S = pr$

### Тригонометрични функции

$\alpha^0$	$0^0$	$30^0$	$45^0$	$60^0$	$90^0$
$\alpha$ rad	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\operatorname{tg} \alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	–
$\operatorname{cotg} \alpha$	–	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0

	$-\alpha$	$90^\circ - \alpha$	$90^\circ + \alpha$	$180^\circ - \alpha$
sin	$-\sin \alpha$	$\cos \alpha$	$\cos \alpha$	$\sin \alpha$
cos	$\cos \alpha$	$\sin \alpha$	$-\sin \alpha$	$-\cos \alpha$
tg	$-\operatorname{tg} \alpha$	$\operatorname{cotg} \alpha$	$-\operatorname{cotg} \alpha$	$-\operatorname{tg} \alpha$
cotg	$-\operatorname{cotg} \alpha$	$\operatorname{tg} \alpha$	$-\operatorname{tg} \alpha$	$-\operatorname{cotg} \alpha$

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$$

$$\operatorname{tg}(\alpha \pm \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha \pm \operatorname{tg} \beta}{1 \mp \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta}$$

$$\operatorname{cotg}(\alpha \pm \beta) = \frac{\operatorname{cotg} \alpha \operatorname{cotg} \beta \mp 1}{\operatorname{cotg} \beta \pm \operatorname{cotg} \alpha}$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1 = 1 - 2 \sin^2 \alpha$$

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha} \quad \operatorname{cotg} 2\alpha = \frac{\operatorname{cotg}^2 \alpha - 1}{2 \operatorname{cotg} \alpha}$$

$$\sin^2 \alpha = \frac{1}{2}(1 - \cos 2\alpha) \quad \cos^2 \alpha = \frac{1}{2}(1 + \cos 2\alpha)$$

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\sin \alpha - \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha - \beta}{2} \cos \frac{\alpha + \beta}{2}$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\sin \alpha \sin \beta = \frac{1}{2}(\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta))$$

$$\cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2}(\cos(\alpha - \beta) + \cos(\alpha + \beta))$$

$$\sin \alpha \cos \beta = \frac{1}{2}(\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta))$$