


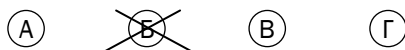
ДЪРЖАВЕН ЗРЕЛОСТЕН ИЗПИТ ПО
МАТЕМАТИКА

17 май 2010 г. – Вариант 1

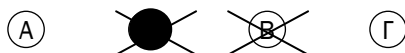
УВАЖАЕМИ ЗРЕЛОСТНИЦИ,


Тестът съдържа **28 задачи**.

Първите 20 задачи (от 1. до 20. включително) в теста са от затворен тип с четири възможни отговора, обозначени с главни букви от А до Г, от които само един е верен. Отговорите на тези задачи отбелязвайте с черен цвят на химикалката в **листа за отговори**, а не върху тестовата книжка. За да отбележите верния отговор, зачертайте със знака  кръгчето с буквата на съответния отговор. Например:



Ако след това прецените, че първоначалният отговор не е верен и искате да го поправите, запълнете кръгчето с грешния отговор и зачертайте буквата на друг отговор, който приемате за верен. Например:



За всяка задача трябва да е отбелязан не повече от един действителен отговор. Като действителен отговор на съответната задача се приема само този, чиято буква е зачертана със знака .

Отговорите на задачите със **свободен отговор (от 21. до 28. вкл.)** запишете в предоставения **свитък за свободните отговори**, като за задачи **от 26. до 28. вкл.** запишете пълните решения с необходимите обосновки.

Чертежите в теста са само за илюстрация. Те не са начертани в мащаб и не са предназначени за директно измерване на дължини на страни и мерки на ъгли.

ПОЖЕЛАВАМЕ ВИ УСПЕШНА РАБОТА!

Отговорите на задачите от 1. до 20. включително отбелязвайте в листа за отговори!

1. Кое от посочените числа е най-голямо?

- А) $\sqrt[4]{32}$ Б) $\sqrt[5]{32}$ В) $(2^5)^{\frac{1}{2}}$ Г) $2^{\frac{5}{2}}$

2. Изразът $(\sqrt{7} - 2\sqrt{2})^{-1}$ е равен на:

- А) $\sqrt{7} + 2\sqrt{2}$ Б) $\frac{1}{\sqrt{7}} - \frac{1}{2\sqrt{2}}$ В) $-\sqrt{7} - 2\sqrt{2}$ Г) $2\sqrt{2} - \sqrt{7}$

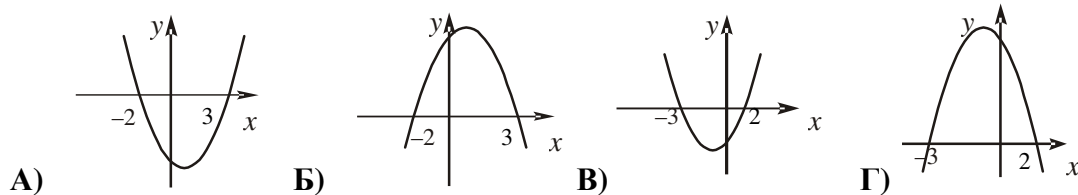
3. Изразът $\frac{x-4}{16-x^2} : \frac{x(x-1)}{x^2-4}$ е дефиниран при:

- А) $x \neq \pm 4$
Б) $x \neq \pm 4, x \neq \pm 2$
В) $x \neq \pm 4, x \neq \pm 2, x \neq 1$
Г) $x \neq \pm 4, x \neq \pm 2, x \neq 1, x \neq 0$

4. Решенията на неравенството $x^2 - 4x + 3 < 0$ са:

- А) $x \in (-\infty; 1) \cup (3; +\infty)$ Б) $x \in (1; 3)$ В) $x \in \emptyset$ Г) $x \in (-\infty; +\infty)$

5. Графиката на функцията $y = 6 - x - x^2$ е:



6. Каква е функцията $f(x) = x^2 - 7x + 5$ в интервала (3;4)?

- А) само растяща Б) само намаляваща
В) константа Г) намаляваща и растяща

7. Решенията на уравнението $|x+1|\sqrt{x-1} = 0$ са:

- А) само 1 Б) само -1 В) -1 и 1 Г) $x \in \emptyset$

8. Стойността на израза $\log_2 32 - \log_{\frac{1}{3}} 9 + \lg 0,001$ е равна на:

- А) 0 Б) 4 В) 6 Г) 10

9. Стойността на израза $1 + \cos(180^\circ - \alpha) + \sin(90^\circ + \alpha) + \sin^2 75^\circ + \cos^2 75^\circ$ е:

- А) 1 Б) 2 В) 0 Г) 3

10. Стойността на израза $\frac{\cos 30^\circ \cos 15^\circ - \sin 30^\circ \sin 15^\circ}{\sin 30^\circ \cos 75^\circ - \cos 30^\circ \sin 75^\circ}$ е:

- А) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ Б) 1 В) 0 Г) -1

11. Ако $\div a_1, a_2, a_2, \dots$ и $a_4 + a_{13} = 49$, то сборът $a_1 + a_6 + a_{11} + a_{16}$ е:

- А) 49 Б) 98 В) 147 Г) 196

12. Ако средноаритметичното на числата $a_1, a_2, \dots, a_6, a_7$ е равно на 1, а средноаритметичното на числата a_1, a_2, \dots, a_6 е равно на -1, то числото a_7 е равно на:

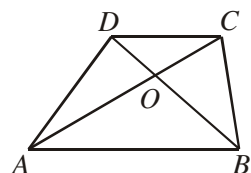
- А) 0 Б) 1 В) 8 Г) 13

13. Решенията на системата $\begin{cases} x^2 + y^2 = 41 \\ x + y = 9 \end{cases}$ са:

- А) $(-4; -5); (-5; -4)$ Б) $(4; -5); (-5; 4)$
В) $(-4; 5); (5; -4)$ Г) $(4; 5); (5; 4)$

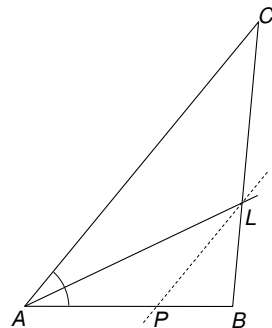
14. В трапец $ABCD$ ($AB \parallel CD$) диагоналите се пресичат в точка O и $AC : OC = 5 : 2$. Ако $AB = 30$ cm, то CD е:

- А) 12 cm Б) 15 cm В) 20 cm Г) 24 cm



15. Даден е $\triangle ABC$ със страни $AB = 12$ и $AC = 15$. Построена е ъглополовящата AL ($L \in BC$) и през точка L е построена права LP ($P \in AB$) и $LP \parallel AC$. Отношението $S_{\triangle LPB} : S_{\triangle ABC}$ е равно на:

- А) $\frac{4}{5}$ Б) $\frac{4}{9}$ В) $\frac{16}{25}$ Г) $\frac{16}{81}$



23. Да се намери лицето на успоредник със страни 3 cm и 5 cm и ъгъл между диагоналите 45° .

24. Намерете номера n на най-големия член на редицата, зададена с формулата $a_n = 6n - n^2 - 5$.

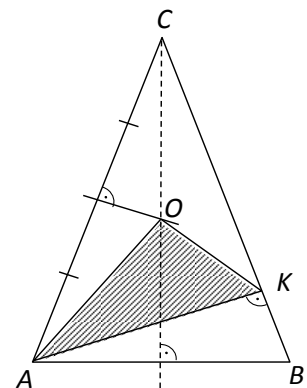
25. На една полица има 20 книги, като между тях са и два тома от събрани съчинения на един автор. Намерете вероятността, при случайно подреждане на книгите, двата тома да са един до друг.

Пълните решения с необходимите обосновки на задачите от 26. до 28. включително запишете в свитъка за свободните отговори!

26. Да се намерят сборът и произведението на реалните корени на уравнението $\left(\frac{x^2}{x-1} + 1\right)^2 - 9\left(\frac{x^2}{x-1} + 1\right) = 10$.

27. Иван е забравил паролата на компютъра на брат си. Той помни, че тя се записва само с първите две букви на азбуката и съдържа шест, седем или осем символа. Ако всеки път Иван опитва различна парола, то колко най-много опити може да направи той, за да открие паролата на брат си?

28. Даден е равнобедрен $\triangle ABC$ ($AC = BC$). Построена е височината AK ($K \in BC$). Нека точката O е центърът на описаната около триъгълника окръжност. Да се намери $S_{\triangle AOK}$, ако $AB = 6$, а $\sphericalangle BAC = 75^\circ$.



ФОРМУЛИ

Квадратно уравнение

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$$

$$\text{Формули на Виет} \quad x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \quad x_1 x_2 = \frac{c}{a}$$

Квадратна функция

Графиката на $y = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$ е парабола с връх точката $(-\frac{b}{2a}; -\frac{D}{4a})$

Корен. Степен и логаритъм

$$\sqrt[2k]{a^{2k}} = |a| \quad \sqrt[2k+1]{a^{2k+1}} = a; \quad \text{при } k \in \mathbb{N}$$

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}} \quad \sqrt[nk]{a^{mk}} = \sqrt[n]{a^m} \quad \sqrt[nk]{a} = \sqrt[n]{\sqrt[k]{a}}; \quad \text{при } a > 0, n \geq 2, k \geq 2 \text{ и } n, m, k \in \mathbb{N}$$

$$\log_a b = x \Leftrightarrow a^x = b \quad \log_a a^x = x \quad a^{\log_a b} = b; \quad \text{при } b > 0, a > 0, a \neq 1$$

Комбинаторика

Брой на пермутациите на n елемента: $P_n = 1.2.3 \dots (n-1)n = n!$

Брой на вариациите на n елемента k -ти клас: $V_n^k = n.(n-1) \dots (n-k+1)$

Брой на комбинациите на n елемента k -ти клас: $C_n^k = \frac{V_n^k}{P_k} = \frac{n.(n-1) \dots (n-k+1)}{1.2.3 \dots (k-1)k}$

Вероятност $P(A) = \frac{\text{брой на благоприятните случаи}}{\text{брой на възможните случаи}} \quad 0 \leq P(A) \leq 1$

Прогресии

Аритметична прогресия: $a_n = a_1 + (n-1)d$

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n = \frac{2a_1 + (n-1)d}{2} \cdot n$$

Геометрична прогресия: $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$

$$S_n = \frac{a_n q - a_1}{q-1} = a_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q-1}$$

Формула за сложна лихва: $K_n = K \cdot q^n = K \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n$

Зависимости в триъгълник

Правоъгълен триъгълник: $c^2 = a^2 + b^2$ $S = \frac{1}{2}ab = \frac{1}{2}ch_c$ $a^2 = a_1c$ $b^2 = b_1c$

$h_c^2 = a_1b_1$ $r = \frac{a+b-c}{2}$ $\sin \alpha = \frac{a}{c}$ $\cos \alpha = \frac{b}{c}$ $\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}$ $\operatorname{cotg} \alpha = \frac{b}{a}$

Произволен триъгълник: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$ $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \beta$

$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma$ $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R$

Формула за медиана: $m_a^2 = \frac{1}{4}(2b^2 + 2c^2 - a^2)$ $m_b^2 = \frac{1}{4}(2a^2 + 2c^2 - b^2)$

$m_c^2 = \frac{1}{4}(2a^2 + 2b^2 - c^2)$

Формула за ъглополовяща: $\frac{a}{b} = \frac{n}{m}$ $l_c^2 = ab - nm$

Формули за лице

Триъгълник: $S = \frac{1}{2}ch_c$ $S = \frac{1}{2}ab \sin \gamma$ $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$

$S = pr$ $S = \frac{abc}{4R}$

Успоредник: $S = ah_a$ $S = ab \sin \alpha$

Четириъгълник: $S = \frac{1}{2}d_1d_2 \sin \varphi$

Описан многоъгълник: $S = pr$

Тригонометрични функции

α^0	0^0	30^0	45^0	60^0	90^0
α rad	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\operatorname{tg} \alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	–
$\operatorname{cotg} \alpha$	–	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0

	$-\alpha$	$90^\circ - \alpha$	$90^\circ + \alpha$	$180^\circ - \alpha$
sin	$-\sin \alpha$	$\cos \alpha$	$\cos \alpha$	$\sin \alpha$
cos	$\cos \alpha$	$\sin \alpha$	$-\sin \alpha$	$-\cos \alpha$
tg	$-\operatorname{tg} \alpha$	$\operatorname{cotg} \alpha$	$-\operatorname{cotg} \alpha$	$-\operatorname{tg} \alpha$
cotg	$-\operatorname{cotg} \alpha$	$\operatorname{tg} \alpha$	$-\operatorname{tg} \alpha$	$-\operatorname{cotg} \alpha$

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$$

$$\operatorname{tg}(\alpha \pm \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha \pm \operatorname{tg} \beta}{1 \mp \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta}$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha} \quad \operatorname{cotg} 2\alpha = \frac{\operatorname{cotg}^2 \alpha - 1}{2 \operatorname{cotg} \alpha}$$

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$$

$$\operatorname{cotg}(\alpha \pm \beta) = \frac{\operatorname{cotg} \alpha \operatorname{cotg} \beta \mp 1}{\operatorname{cotg} \beta \pm \operatorname{cotg} \alpha}$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1 = 1 - 2 \sin^2 \alpha$$

$$\sin^2 \alpha = \frac{1}{2}(1 - \cos 2\alpha) \quad \cos^2 \alpha = \frac{1}{2}(1 + \cos 2\alpha)$$

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\sin \alpha - \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha - \beta}{2} \cos \frac{\alpha + \beta}{2}$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\sin \alpha \sin \beta = \frac{1}{2}(\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta))$$

$$\cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2}(\cos(\alpha - \beta) + \cos(\alpha + \beta))$$

$$\sin \alpha \cos \beta = \frac{1}{2}(\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta))$$