М И Н И С Т Е Р С Т В О   Н А   О Б Р А З О В А Н И Е Т О   И   Н А У К А Т А

ДЪРЖАВЕН ЗРЕЛОСТЕН ИЗПИТ ПО

Учебен предмет – математика септември 2009 г.

ВАРИАНТ № 2

Ключ с верните отговори

Въпроси с изборен отговор

Въпрос №	Верен отговор	Брой точки	Въпрос №	Верен отговор	Брой точки
1.	Б	2	26.	$x=5$	15
2.	А	2	27.	$P=\frac{7}{10}=0,7$	15
3.	Г	2	28.	$AB=7\,cm$	15
4.	А	2			
5.	Б	2			
6.	В	2			
7.	В	2			
8.	Б	2			
9.	Г	2			
10.	Б	2			
11.	Г	2			
12.	В	2			
13.	Г	2			
14.	А	2			
15.	Б	2			
16.	Б	2			
17.	Б	2			
18.	В	2			
19.	А	2			
20.	Б	2			
21.	1	3			
22.	140	3			
23.	4	3			
24.	540	3			
25.	0	3			

ВЪПРОСИ С РЕШЕНИЯ

КРИТЕРИИ ЗА ОЦЕНЯВАНЕ НА ЗАДАЧА 26

Първо решение:

1. Определяне множеството от допустими стойности: $\dfrac{x+3}{x-3}>0$

т.е. $x\in(-\infty,-3)\cup(3,+\infty)$ (2 т.)

2. Полагане $\sqrt{\dfrac{x+3}{x-3}}=y$ (2 т.)

3. Допустими стойности за y: $y>0$ (1 т.)

4. Получаване на уравнението $y-6.\dfrac{1}{y}+1=0$ (1 т.)

5. Намиране на корените $y_1=-3$, $y_2=2$ (2 т.)

6. Отбелязване, че $y_1=-3$ не е решение (2 т.)

7. Решаване на уравнението $\sqrt{\dfrac{x+3}{x-3}}=2$ и получаване на $x=5$ (3 т.)

8. Записване на отговора $x=5$ (2 т.)

***Забележка:** Ако вместо етап 1. и 6. е направена директна проверка с y_1 и y_2 и е установено, че $y_1=-3$ не е решение, а $y_2=2$ е решение на даденото уравнение (4 т.)

Второ решение:

1.Записване на уравнението така: $\sqrt{\dfrac{x+3}{x-3}}-6\sqrt{\dfrac{x-3}{x+3}}=-1$ и определяне множеството от допустими стойности: $\dfrac{x+3}{x-3}>0$, т.е. $x\in(-\infty,-3)\cup(3,+\infty)$ (2 т.)

2. Повдигане двете страни на уравнението на втора степен и получаване

$\dfrac{x+3}{x-3}-12\sqrt{\dfrac{x+3}{x-3}}.\sqrt{\dfrac{x-3}{x+3}}+36.\dfrac{x-3}{x+3}=1$ (3 т.)

3.Еквивалентни преобразувания до : $\dfrac{(x+3)^2+36(x-3)^2}{(x+3).(x-3)}-12=1$ (2 т.)

4. $\dfrac{(x+3)^2+36(x-3)^2}{(x+3).(x-3)}=13\Leftrightarrow(x+3)^2+36(x-3)^2=13x^2-117$ (2 т.)

5. $24x^2-210x+450=0$ (2 т.)

6. Намиране корените на последното уравнение $x_1 = 5,\ \ x_2 = \frac{15}{4}$ (2 т.)

7. Проверка за принадлежност на корените към дефиниционното множество и отхвърляне на $x_2 = \frac{15}{4}$ като корен на даденото уравнение чрез пряка проверка (2 т.)

* **Забележка:** Ако вместо етап 1. и 7. е направена директна проверка за числата $x_1 = 5$ и $x_2 = \frac{15}{4}$ дали са корени на даденото уравнение

(4 т.)

КРИТЕРИИ ЗА ОЦЕНЯВАНЕ НА ЗАДАЧА 27

1.Като се приложи теоремата за неравенство на триъгълника, а именно, че триъгълникът съществува, ако сборът на двете най –малки страни е по-голям от третата, то преброяваме възможните триъгълници. Те са със страни съответно:

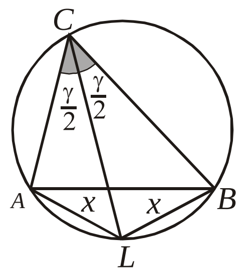
$2\,cm$, $3\,cm$ и $4\,cm$; $2\,cm$, $4\,cm$ и $5\,cm$; $2\,cm$, $5\,cm$ и $6\,cm$;
$3\,cm$,$4\ cm$ и $5\,cm$; $3\,cm$, $4\,cm$ и $6\,cm$; $3\,cm$, $5\,cm$ и $6\,cm$;
$4\,cm$, $5\,cm$ и $6\,cm$, т.е. броят на благоприятните изходи е 7**.** (7 т.)

2. Три от 5 отсечки можем да изберем по $C_5^3 = \frac{5.4.3}{3!} = 10$ начина. (5 т.)

3. Търсената вероятност е $P = \frac{7}{10}$ (3 т.)

КРИТЕРИИ ЗА ОЦЕНЯВАНЕ НА ЗАДАЧА 28

Първо решение:



1. Нека $CL \cap AB = P$ и $CP = t,$ а $PL = 8 - t$

(2 т.)

2. От свойството на ъглополовящата CP в $\triangle ABC$ следва, че

$\frac{AP}{PB} = \frac{AC}{BC} = \frac{4}{3}$, следователно $AP = 4k$ и $PB = 3k$

(2 т.)

3. От формулата за ъглополовяща следва, че $CP^2 = AC.BC - AP.PB$

т.е. следва, че $t^2 = 48 - 12k^2$ (1) (4 т.)

4. От $\triangle APC \sim \triangle LPB$ следва, че $\frac{AP}{LP} = \frac{PC}{PB}$, т.е. $\frac{4k}{8-t} = \frac{t}{3k}$.

Следователно $12k^2 = 8t - t^2$ (2) (4 т.)

5. Заместваме $12k^2$ от (2) в (1) и получаваме

$t^2 = 48 - 8t + t^2$, т.е. $t = 6$. Тогава $k = 1$ и $AB = 7\,cm$ (3 т.)

Второ решение:

1. Съобразяване че от $\sphericalangle ACL = \sphericalangle BCL \Rightarrow \overset{\frown}{AL} = \overset{\frown}{BL} \Rightarrow AL = BL = x$ (3 т.)

2. Два пъти прилагане на косинусова теорема съответно за $\triangle ACL$ и $\triangle BCL$

$x^2 = AC^2 + CL^2 - 2.AC.CL\cos\frac{\gamma}{2}$ и $x^2 = BC^2 + CL^2 - 2.BC.CL\cos\frac{\gamma}{2}$ или

$x^2 = 36 + 64 - 2.6.8\cos\frac{\gamma}{2}$ и $x^2 = 64 + 64 - 2.8.8\cos\frac{\gamma}{2}$ (2.2 т.) (4 т.)

3. Почленно изваждане на първото от второто уравнение и намиране

на $32\cos\frac{\gamma}{2} = 28$ и $\cos\frac{\gamma}{2} = \frac{7}{8}$ (3 т.)

4. Намиране на $\cos\gamma = 2\cos^2\frac{\gamma}{2} - 1 = 2.\frac{49}{64} - 1 = \frac{17}{32}$ (2 т.)

5. Прилагане на косинусовата теорема за $\triangle ABC$:

$AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2.AC.BC\cos\gamma$, $AB^2 = 36 + 64 - 2.6.8.\frac{17}{32}$ и

намиране на $AB = 7$ cm (3 т.)