



Учебен център "Регалия" организира:

- целогодишни курсове за подготовка за зрелостни и кандидатстудентски изпити;
- целогодишни курсове за кандидатстване в езикови и профилирани гимназии по български език и математика;
- пробни изпити за кандидатстване след 7. клас;
- курсове за текуща подготовка по български език и математика за 6. клас.



На интернет страницата на Учебния център
<http://www.regalia6.com>
може да намерите:

[тестове за външно оценяване за 4. клас](#)

[тестове за външно оценяване за 5. клас](#)

[тестове за външно оценяване за 6. клас](#)

[тестове за външно оценяване и кандидатстване след 7. клас](#)

[конкурсни изпити за кандидатстване след 7. клас](#)

[задачи от национални състезания за 7. клас](#)

[примерни тестове за ЕПИ на УНСС](#)

[тестове за зрелостни изпити](#)

[връзки към средни училища в София](#)

[връзки към висши училища в България](#)

и още много полезна информация.

ДЪРЖАВЕН ЗРЕЛОСТЕН ИЗПИТ ПО
МАТЕМАТИКА

26 май 2009 г. – Вариант 2

УВАЖАЕМИ ЗРЕЛОСТНИЦИ,

Тестът съдържа **28 задачи** по математика от **два вида**:

- 20 задачи със структуриран отговор с четири възможни отговора, от които само един е верен;
- 8 задачи със свободен отговор.

Първите 20 задачи (от 1. до 20. включително) в теста са от затворен тип с четири възможни отговора, обозначени с главни букви от А до Г, от които само един е верен. Отговорите на тези задачи отбелязвайте със син/черен цвят на химикалката в **листа за отговори**, а не върху тестовата книжка. Отбелязвайте верния отговор със знака **X** в кръгчето с буквата на съответния отговор. Например:

(A) ~~(B)~~ (C) (D)

Ако след това прецените, че първоначалният отговор не е верен и искате да го поправите, запълнете кръгчето с грешния отговор и отбележете буквата на друг отговор, който приемате за верен. Например:

(A) ● ~~(B)~~ (D)

За всяка задача трябва да е отбелязан не повече от един действителен отговор. Като действителен отговор на съответната задача се приема само този, чиято буква е отбелязана със знака X.

Отговорите на задачите със свободен отговор (от 21. до 28. вкл.) запишете в предоставения свитък за свободните отговори, като за задачи от 26. до 28. вкл. запишете пълните решения с необходимите обосновки.

ПОЖЕЛАВАМЕ ВИ УСПЕШНА РАБОТА!

Отговорите на задачите от 1. до 20. вкл. отбелязвайте в листа за отговори!

1. Кое от посочените числа е най-малко?

- А) $2^{\frac{1}{2}}$ Б) $\lg 1$ В) $(-9)^{\frac{1}{3}}$ Г) $\operatorname{tg}(-135^\circ)$

2. Стойността на израза $(2\sqrt{3}-\sqrt{2})^2 + \frac{24}{\sqrt{6}}$ е:

- А) 14 Б) 8 В) $8\sqrt{6}$ Г) $8+8\sqrt{6}$

3. Ако $\frac{a}{b} = 2$, то стойността на израза $\frac{(a+b)(a^2+b^2)}{a^3+b^3}$ е:

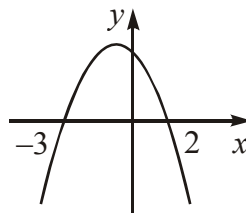
- А) $\frac{5}{3}$ Б) 1 В) 4 Г) 6

4. Кое от посочените квадратни уравнения има два отрицателни корена?

- А) $-x^2 + 6x - 4 = 0$ Б) $x^2 - 6x - 4 = 0$
В) $x^2 + 6x + 4 = 0$ Г) $-x^2 - 6x + 4 = 0$

5. Коя от посочените функции е представена графично на чертежа?

- А) $y = x^2 + x - 6$ Б) $y = -x^2 - x + 6$
В) $y = -x^2 + x + 6$ Г) $y = x^2 - x - 6$



6. Изразът $\sqrt{\frac{-5}{3x-6}}$ НЯМА смисъл при:

- А) $x \leq 0$ Б) $x \leq 2$ В) $x > 2$ Г) $x \geq 2$

7. Стойността на израза $3 \log_5^2 1 - 4 \log_5 \frac{1}{25} - 5^{\log_5 10}$ е:

- А) -18 Б) 1 В) -1 Г) -2

8. Решения на неравенството $(x-4)(9-2x) \geq 0$ са:

- А) $x \in \left[4; \frac{9}{2}\right]$ Б) $x \in [4; +\infty)$ В) $x \in \left(-\infty; \frac{9}{2}\right]$ Г) $x \in (-\infty; 4] \cup \left[\frac{9}{2}; +\infty\right)$

9. Стойността на израза $\cot g\left(\frac{1225}{2}\pi\right)$ е :

- А) -1 Б) 1 В) 0 Г) недефинирана

10. Ако $\operatorname{tg}\alpha = 3$, то стойността на израза $\frac{2\sin(180^\circ - \alpha) + 3\cos(180^\circ - \alpha)}{\cos(90^\circ - \alpha) + \sin(90^\circ + \alpha)}$ е:

- А) $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ Б) $\frac{3}{4}$ В) $\frac{5}{2}$ Г) $-3\sqrt{2}$

11. За аритметичната прогресия a_1, a_2, \dots, a_9 е известно, че $a_2 + a_8 = 8$. Сумата $a_1 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 + a_7 + a_9$ е равна на:

- А) 14 Б) 16 В) 28 Г) 32

12. В телевизионна игра участват 50 души, между които има двама братя. Водещият на играта по случаен начин избира един от участващите. Вероятността той да е някой от братята е:

- А) $\frac{1}{2}$ Б) $\frac{1}{4}$ В) $\frac{1}{25}$ Г) $\frac{1}{50}$

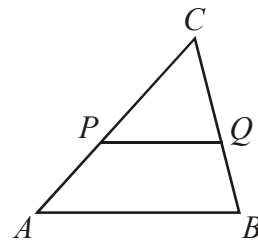
13. В $\triangle ABC$, ъглополовящата на $\angle ACB$ дели страната AB в отношение 8:3, считано от върха A . Ако $AC = 16$ cm, то дължината на страната BC е:

- А) $42\frac{2}{3}$ cm Б) 6 cm В) 9,6 cm Г) 4 cm

14. На чертежа $AP:PC = 2:3$ и $CB:CQ = 5:2$. Ако $PQ = 9$ cm,

то със сигурност е вярно, че:

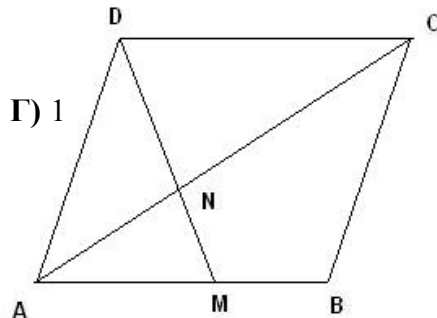
- А) $AB = 22,5$ cm Б) $AB = 15$ cm
В) $AB \parallel PQ$ Г) AB и PQ не са успоредни



15. Даден е ромб $ABCD$ и точка $M \in AB$, такава че $AM:MB = 3:2$.

Ако AC пресича DM в точка N , то отношението $MN:ND$ е равно на:

- А) $\frac{3}{5}$ Б) $\frac{2}{3}$ В) $\frac{1}{2}$ Г) 1



16. В правоъгълен триъгълник медианите към катетите са равни на $\sqrt{52}$ и $\sqrt{73}$.

Дължината на хипотенузата е равна на:

- А) 5 Б) 6 В) 8 Г) 10

17. В триъгълник ABC $AB = 13$ cm, $AC = 8$ cm. Ако $\angle ACB = 120^\circ$, то дължината на страната BC е:

- А) 7 cm Б) $\sqrt{129}$ cm В) 15 cm Г) $\sqrt{337}$ cm

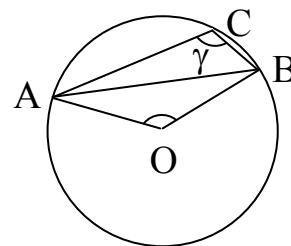
18. Ако в $\triangle ABC$ $\angle A = 60^\circ$ и височините през върховете C и B са съответно 6 cm и $\sqrt{3}$ cm, то лицето на $\triangle ABC$ е равно на:

- А) 6 cm² Б) $6\sqrt{3}$ cm² В) 12 cm² Г) 9 cm²

19. Точка O е център на описаната около триъгълника ABC

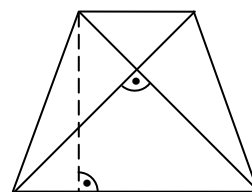
окръжност. Ако $AO = R$ и $\angle ACB = \gamma$, $\gamma > 90^\circ$, то лицето на $\triangle AOB$ е равно на:

- А) $R^2 \sin 2\gamma$ Б) $\frac{1}{2} R^2 \sin 2\gamma$
В) $-R^2 \sin 2\gamma$ Г) $-\frac{1}{2} R^2 \sin 2\gamma$



20. Диагоналите на равнобедрен трапец са перпендикулярни помежду си. Ако височината на трапеца е 8 cm, то лицето му е равно на:

- А) 64 cm² Б) 32 cm²
В) 16 cm² Г) 8 cm²



Отговорите на задачите от 21. до 25. вкл. запишете в свитъка за свободните отговори!

21. Неравенството $\log_{\frac{1}{2}} x + 4 \log_{\frac{1}{2}} x < 5 \log_{\frac{1}{2}} y$ е изпълнено за $x > 0$ и $y > 0$. Запишете по-малкото от числата x и y .

22. В банка са вложени 5000 лв. при годишна сложна лихва 4%. Намерете колко лева ще е сумата след 2 години.

23. За $\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{5}$, намерете стойността на израза $A = \frac{5}{5 + \sin 2\alpha}$.

24. Към вписана в равнобедрен триъгълник $\triangle ABC$ окръжност е построена допирателна MN ($M \in AC, N \in BC$), успоредна на основата AB . Точката M разделя бедрото AC на отсечки с дължини 1 cm и 2 cm , считано от основата. Намерете дължината на MN в сантиметри.

25. Правите a и b са успоредни. Върху правата a са дадени пет точки, а върху правата b – четири точки. Колко различни трапеца могат да бъдат построени с върхове тези точки?

Пълните решения с необходимите обосновки на задачите от 26. до 28. вкл. запишете в свитъка за свободните отговори!

26. Намерете сбора от корените на ирационалното уравнение

$$2x^2 + x + \sqrt{2x^2 + x + 4} = 26$$

27. Намерете вероятността при случаен избор на трицифрено число от интервала $[250; 700]$ да попаднете на число, което при деление на 5 дава остатък 4.

28. В триъгълник ABC $AC = 8 \text{ cm}$, $BC = 5 \text{ cm}$ и $\angle ACB = 60^\circ$. Точките P и Q са петите на височините съответно през върховете A и B . Да се намери лицето на $\triangle PCQ$.

ФОРМУЛИ

Квадратно уравнение

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$$

$$\text{Формули на Виет} \quad x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \quad x_1 x_2 = \frac{c}{a}$$

Квадратна функция

Графиката на $y = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$ е парабола с връх точката $(-\frac{b}{2a}; -\frac{D}{4a})$

Корен. Степен и логаритъм

$$\sqrt[2k]{a^{2k}} = |a| \quad \sqrt[2k+1]{a^{2k+1}} = a; \quad \text{при } k \in \mathbb{N}$$

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}} \quad \sqrt[nk]{a^{mk}} = \sqrt[n]{a^m} \quad \sqrt[nk]{a} = \sqrt[n]{a^{\frac{1}{k}}}; \quad \text{при } a > 0, n \geq 2, k \geq 2 \text{ и } n, m, k \in \mathbb{N}$$

$$\log_a b = x \Leftrightarrow a^x = b \quad \log_a a^x = x \quad a^{\log_a b} = b; \quad \text{при } b > 0, a > 0, a \neq 1$$

Комбинаторика

Брой на пермутациите на n елемента: $P_n = 1.2.3 \dots (n-1)n = n!$

Брой на вариациите на n елемента k -ти клас: $V_n^k = n.(n-1) \dots (n-k+1)$

Брой на комбинациите на n елемента k -ти клас: $C_n^k = \frac{V_n^k}{P_k} = \frac{n.(n-1) \dots (n-k+1)}{1.2.3 \dots (k-1)k}$

Вероятност $P(A) = \frac{\text{брой на благоприятните случаи}}{\text{брой на възможните случаи}} \quad 0 \leq P(A) \leq 1$

Прогресии

Аритметична прогресия: $a_n = a_1 + (n-1)d$

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n = \frac{2a_1 + (n-1)d}{2} \cdot n$$

Геометрична прогресия: $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$

$$S_n = \frac{a_n q - a_1}{q-1} = a_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q-1}$$

Формула за сложна лихва: $K_n = K \cdot q^n = K \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n$

Зависимости в триъгълник

Правоъгълен триъгълник: $c^2 = a^2 + b^2$ $S = \frac{1}{2}ab = \frac{1}{2}ch_c$ $a^2 = a_1c$ $b^2 = b_1c$

$h_c^2 = a_1b_1$ $r = \frac{a+b-c}{2}$ $\sin \alpha = \frac{a}{c}$ $\cos \alpha = \frac{b}{c}$ $\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}$ $\operatorname{cotg} \alpha = \frac{b}{a}$

Произволен триъгълник: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$ $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \beta$

$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma$ $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R$

Формула за медиана: $m_a^2 = \frac{1}{4}(2b^2 + 2c^2 - a^2)$ $m_b^2 = \frac{1}{4}(2a^2 + 2c^2 - b^2)$

$m_c^2 = \frac{1}{4}(2a^2 + 2b^2 - c^2)$

Формула за ъглополовяща: $\frac{a}{b} = \frac{n}{m}$ $l_c^2 = ab - nm$

Формули за лице

Триъгълник: $S = \frac{1}{2}ch_c$ $S = \frac{1}{2}ab \sin \gamma$ $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$

$S = pr$ $S = \frac{abc}{4R}$

Успоредник: $S = ah_a$ $S = ab \sin \alpha$

Четириъгълник: $S = \frac{1}{2}d_1d_2 \sin \varphi$

Описан многоъгълник: $S = pr$

Тригонометрични функции

α^0	0^0	30^0	45^0	60^0	90^0
α rad	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\operatorname{tg} \alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	–
$\operatorname{cotg} \alpha$	–	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0

	$-\alpha$	$90^\circ - \alpha$	$90^\circ + \alpha$	$180^\circ - \alpha$
sin	$-\sin \alpha$	$\cos \alpha$	$\cos \alpha$	$\sin \alpha$
cos	$\cos \alpha$	$\sin \alpha$	$-\sin \alpha$	$-\cos \alpha$
tg	$-\operatorname{tg} \alpha$	$\operatorname{cotg} \alpha$	$-\operatorname{cotg} \alpha$	$-\operatorname{tg} \alpha$
cotg	$-\operatorname{cotg} \alpha$	$\operatorname{tg} \alpha$	$-\operatorname{tg} \alpha$	$-\operatorname{cotg} \alpha$

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$$

$$\operatorname{tg}(\alpha \pm \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha \pm \operatorname{tg} \beta}{1 \mp \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta}$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha} \quad \operatorname{cotg} 2\alpha = \frac{\operatorname{cotg}^2 \alpha - 1}{2 \operatorname{cotg} \alpha}$$

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$$

$$\operatorname{cotg}(\alpha \pm \beta) = \frac{\operatorname{cotg} \alpha \operatorname{cotg} \beta \mp 1}{\operatorname{cotg} \beta \pm \operatorname{cotg} \alpha}$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1 = 1 - 2 \sin^2 \alpha$$

$$\sin^2 \alpha = \frac{1}{2}(1 - \cos 2\alpha) \quad \cos^2 \alpha = \frac{1}{2}(1 + \cos 2\alpha)$$

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\sin \alpha - \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha - \beta}{2} \cos \frac{\alpha + \beta}{2}$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\sin \alpha \sin \beta = \frac{1}{2}(\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta))$$

$$\cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2}(\cos(\alpha - \beta) + \cos(\alpha + \beta))$$

$$\sin \alpha \cos \beta = \frac{1}{2}(\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta))$$