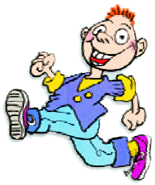
Учебен център Регалия



Учебен център • Издателство • Всичко за матурите • Е-обучение • За нас

Учебен център "Регалия" организира:

- целогодишни курсове за подготовка за зрелостни и кандидатстудентски изпити;
- целогодишни курсове за кандидатстване в езикови и профилирани гимназии по български език и математика;
- пробни изпити за кандидатстване след 7. клас;
- курсове за текуща подготовка по български език и математика за 6. клас.

На интернет страницата на Учебния център
http://www.regalia6.com
може да намерите:

тестове за външно оценяване за 4. клас

тестове за външно оценяване за 5. клас

тестове за външно оценяване за 6. клас

тестове за външно оценяване и кандидатстване след 7. клас

конкурсни изпити за кандидатстване след 7. клас

задачи от национални състезания за 7. клас

примерни тестове за ЕПИ на УНСС

тестове за зрелостни изпити

връзки към средни училища в София

връзки към висши училища в България

и още много полезна информация.

М И Н И С Т Е Р С Т В О Н А О Б Р А З О В А Н И Е Т О И Н А У К А Т А

ДЪРЖАВЕН ЗРЕЛОСТЕН ИЗПИТ ПО

МАТЕМАТИКА

19 май 2009 г. – <u>Вариант 1</u>

УВАЖАЕМИ ЗРЕЛОСТНИЦИ,

Тестът съдържа **28 задачи** по математика от **два вида**:

- 20 задачи със структуриран отговор с четири възможни отговора, от които само един е верен;
- 8 задачи със свободен отговор.

Първите 20 задачи (от 1. до 20. включително) в теста са от затворен тип с четири възможни отговора, обозначени с главни букви от А до Г, от които само един е верен. Отговорите на тези задачи отбелязвайте със син/черен цвят на химикалката в **листа за отговори**, а не върху тестовата книжка. Отбелязвайте верния отговор със знака **X** в кръгчето с буквата на съответния отговор. Например:

А ~~Б~~ В Г

Ако след това прецените, че първоначалният отговор не е верен и искате да го поправите, запълнете кръгчето с грешния отговор и отбележете буквата на друг отговор, който приемате за верен. Например:

А ● ~~В~~ Г

За всяка задача трябва да е отбелязан не повече от един действителен отговор. Като действителен отговор на съответната задача се приема само този, чиято буква е отбелязана със знака X .

Отговорите на **задачите със свободен отговор (от 21. до 28. вкл.)** запишете в предоставения **свитък за свободните отговори**, като за задачи **от 26. до 28. вкл.** запишете пълнете решения с необходимите обосновки.

ПОЖЕЛАВАМЕ ВИ УСПЕШНА РАБОТА!

Отговорите на задачите от 1. до 20 вкл. отбелязвайте в листа за отговори!

1. Дадени са безкрайните десетични периодични дроби $P=0,(15)$ **и** $Q=0,(151)$**.**

Вярно е, че:

А) $P>Q$ **Б)** $P<Q$ **В)** $P=Q$ **Г)** P и Q не могат да се сравнят

2. Стойността на израза $P=\sqrt{\left(5-4\sqrt{3}\right)^2}+\left(\sqrt{3}-2\right)^2$ **е:**

А) $12-8\sqrt{3}$ **Б)** 2 **В)** $2+4\sqrt{3}$ **Г)** $12-4\sqrt{3}$

3. Допустимите стойности за израза $\left(\frac{1}{2x-1}+\frac{3x}{1-x^2}\right):(x+2)$ **са:**

А) $x\neq 0,5;\ 1$ **Б)** $x\neq 0,5;\ \pm 1$ **В)** $x\neq 0,5;\ \pm 1;\ 2$ **Г)** $x\neq 0,5;\ \pm 1,\ -2$

4. Ако x_1 **и** x_2 **са корените на уравнението** $x^2-x-20=0$**,** x_3 **и** x_4 **са корените на уравнението** $1-20x^2-x=0$**, то е вярно, че:**

А) $x_1.x_2=x_3.x_4$ **Б)** $\frac{1}{x_1.x_2}=x_3+x_4$

В) $x_1.x_2.x_3.x_4=-1$ **Г)** $x_1.x_2=-x_3.x_4$

5. Колко общи точки имат графиките на функциите $f(x)=x^2-3x+2$ **и** $g(x)=x^2+5x-6$**?**

А) 0 **Б)** 1 **В)** 2 **Г)** 3

6. Корените на уравнението $\sqrt{1-x}=5+x$ **са:**

А) -3 и -8 **Б)** -8 **В)** -3 **Г)** няма реални корени

7. Стойността на израза $\log_3 27-\lg\frac{1}{100}-\log_5 1$ **е равна на:**

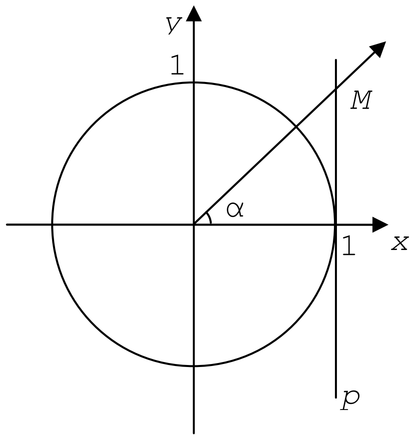
А) 0 **Б)** 1 **В)** 4 **Г)** 5

8. Решенията на неравенството $\frac{1}{x^2+1}<1$ **са:**

А) $x\in(-\sqrt{2};\sqrt{2})$ **Б)** $x\in(-\infty;-\sqrt{2})\cup(\sqrt{2};+\infty)$

В) $x\in(-\infty;0)\cup(0;+\infty)$ **Г)** $x\in(-\infty;+\infty)$

9. На чертежа е построена единичната окръжност и права p, която се допира до окръжността в точка с абсциса 1. Едното рамо на ъгъл α пресича правата p в точка M, както е показано. За ъгъл α ординатата на точка M е стойността на функцията:



А) синус **Б)** косинус

В) тангенс **Г)** котангенс

10. Дадена е окръжност $k\left(O, r=2\ cm\right)$ и точки A и B от окръжността, такива че дължината на дъгата AB е $2,5\ cm$. Мярката на острия $\angle AOB$ е:

А) $0,25\ rad$ **Б)** $1,25\ rad$ **В)** $2\ rad$ **Г)** $2,5\ rad$

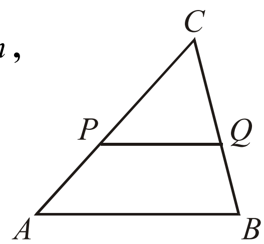
11. За геометричната прогресия $a_1, a_2, ..., a_6$ е известно, че $a_3.a_4=-3$. Произведението $a_1.a_2.a_3.a_4.a_5.a_6$ е равно на:

А) 27 **Б)** 9 **В)** -9 **Г)** -27

12. Нека Q_1 е множество от 100 рационални числа и x е случайно избрано число от Q_1. Вероятността числото $q=\sqrt{\left(1+x\right)^2}$ да е ирационално, е:

А) 0 **Б)** $\frac{1}{2}$ **В)** 1 **Г)** невъзможно да се определи

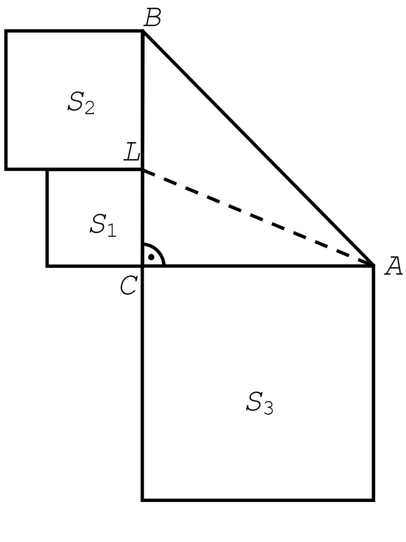
13. На чертежа $AP:PC=2:3$ и $PQ \parallel AB$. Ако $AB=15\ cm$, то дължината на PQ е:



А) $6\,cm$ **Б)** $9\,cm$

В) $10\,cm$ **Г)** $21,5\,cm$

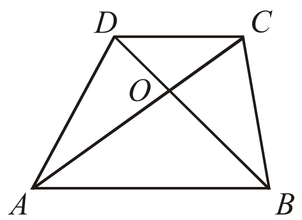
14. На чертежа ΔABC е правоъгълен и равнобедрен, AL е ъглополовящата на $\angle CAB$, а S_1, S_2 и S_3 са лицата на построените квадрати. Вярно е, че:



А) $2S_1 < S_2$ **Б)** $2S_1 > S_2$

В) $S_3=\left(\frac{3}{2}+\sqrt{2}\right)S_2$ **Г)** $S_1+S_2 > S_3$

15. Ако за четириъгълника $ABCD$ **на чертежа е дадено , че** $S_{AOD}:S_{DOC}=3:1$ **и** $DO:DB=1:4$, **то НЕ Е вярно, че :**



А) $DC \parallel AB$ **Б)** $S_{AOD}=S_{OBC}$

В) $S_{AOB}:S_{DOC}=3:1$ **Г)** $S_{DOC}:S_{BCO}=1:3$

16. Лицето на равнобедрен триъгълник с дължини на бедрото и на основата съответно $5\ cm$ **и** $2\ cm$ **е:**

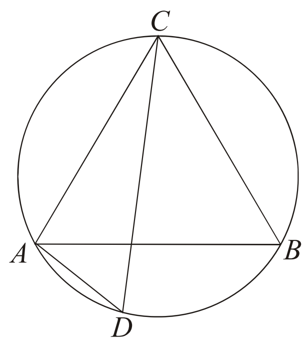
А) $2\sqrt{6}\ cm^2$ **Б)** $4\sqrt{6}\ cm^2$ **В)** $12\ cm^2$ **Г)** $2\sqrt{3}\ cm^2$

17. Ако най-голямата страна в разностранния $\triangle ABC$ **е** $AB=R$**, където** R **е радиусът на описаната окръжност, то мярката на вътрешния ъгъл при върха** C **е:**

А) 30° **Б)** 150° **В)** 60° **Г)** 120°

18. Триъгълникът ABC **на чертежа е равностранен с дължина на страната** 19 cm **и** $AD=5\ cm$ **. Дължината на хордата** CD **е:**

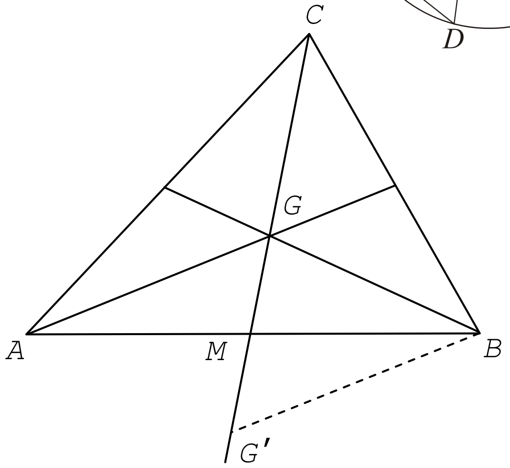
А) $20\ cm$ **Б)** $20\sqrt{3}\ cm$ **В)** $21\ cm$ **Г)** $21\sqrt{3}\ cm$



19. Точката G **е медицентърът на** $\triangle ABC$**, точката** G^1 **е симетричната на** G **относно средата** M **на страната** AB**. Ако** $S_{BMG^1}=4$**, то** S_{ABC} **е:**

А) 12 **Б)** 24

В) 28 **Г)** 36



20. Равнобедрен трапец с основи $AB=50\ cm$ **и** $CD=10\ cm$**, и бедро** $AD=29\ cm$ **има височина:**

А) $20\ cm$ **Б)** $21\ cm$ **В)** $30\ cm$ **Г)** $41\ cm$

Отговорите на задачите от 21. до 25. вкл. запишете в свитъка за свободните отговори!

21. Стойността на израза $A=\dfrac{\left(\dfrac{1}{2}\right)^x+5\left(\dfrac{1}{2}\right)^x}{\left(\dfrac{1}{2}\right)^y}$ **е по-голяма от** 6.

Запишете по-голямото от числата x **и** y **.**

22. В банка била вложена сума пари, при годишна сложна лихва 3%**. След три години сумата нараснала на** 21 854 **лева и** 54 **стотинки. Каква сума в лева е била вложена първоначално?**

23. Намерете стойността на израза $tg15^o + cotg15^o$**.**

24. Даден е равнобедрен $\triangle ABC$ **с бедра** $AC = BC = 5\ cm$ **и основа** $AB = 8\ cm$ **.**
Намерете дължината на радиуса на описаната около $\triangle ABC$ **окръжност.**

25. Намерете броя на мобилните телефонни номера от вида $0887{*}{*}{*}{*}ab$**, последните две цифри на които образуват двуцифрено число** $\overline{ab}$**, което е точен квадрат, а двуцифреното число, записано със същите цифри, но в обратен ред, е просто число.**

Пълните решения с необходимите обосновки на задачите от26. до 28. вкл. запишете в свитъка за свободните отговори!

26. Решете уравнението $\sqrt{1+\dfrac{2}{x}}+\sqrt{\dfrac{x}{x+2}}=4$ **.**

27. Иван има в джоба си 2 **монети по** 10 *ст.***,** 4 **монети по** 20 *ст.***,** 4 **монети по** 50 *ст.* **и 2 монети по** 1 *лв.* **Той изважда едновременно три монети по случаен начин. Каква е вероятността трите монети да са на обща стойност** 1,20 *лв***?**

28. В ΔABC **медианата** AM **и ъглополовящата** BL **са перпендикулярни и имат една и съща дължина, равна на** 4**. Да се намери** $P_{\Delta ABC}$ **.**

ФОРМУЛИ

Квадратно уравнение

$ax^2+bx+c=0 \quad x_{1,2}=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a} \quad ax^2+bx+c=a(x-x_1)(x-x_2)$

Формули на Виет $\quad x_1+x_2=-\dfrac{b}{a} \quad x_1x_2=\dfrac{c}{a}$

Квадратна функция

Графиката на $y=ax^2+bx+c$, $a\neq 0$ е парабола с връх точката $\left(-\dfrac{b}{2a};-\dfrac{D}{4a}\right)$

Корен. Степен и логаритъм

$\sqrt[2k]{a^{2k}}=|a| \qquad \sqrt[2k+1]{a^{2k+1}}=a$; $\quad$ при $k\in\mathbb{N}$

$\sqrt[n]{a^m}=a^{\frac{m}{n}} \qquad \sqrt[nk]{a^{mk}}=\sqrt[n]{a^m} \qquad \sqrt[n]{\sqrt[k]{a}}=\sqrt[nk]{a}$; при $\quad a>0$, $n\geq 2$, $k\geq 2$ и $n, m, k\in\mathbb{N}$

$\log_a b=x \Leftrightarrow a^x=b \qquad \log_a a^x=x \qquad a^{\log_a b}=b$; $\quad$ при $\quad b>0,\ a>0,\ a\neq 1$

Комбинаторика

Брой на пермутациите на n елемента: $\quad P_n=1.2.3\ldots(n-1)n=n!$

Брой на вариациите на n елемента k-ти клас: $\quad V_n^k=n.(n-1)\ldots(n-k+1)$

Брой на комбинациите на n елемента k-ти клас: $C_n^k=\dfrac{V_n^k}{P_k}=\dfrac{n.(n-1)\ldots(n-k+1)}{1.2.3\ldots(k-1)k}$

Вероятност $\quad P(A)=\dfrac{\textit{брой на благоприятните случаи}}{\textit{брой на възможните случаи}} \qquad 0\leq P(A)\leq 1$

Прогресии

Аритметична прогресия: $\quad a_n=a_1+(n-1)d \qquad S_n=\dfrac{a_1+a_n}{2}\cdot n=\dfrac{2a_1+(n-1)d}{2}\cdot n$

Геометрична прогресия: $\quad a_n=a_1.q^{n-1} \qquad S_n=\dfrac{a_nq-a_1}{q-1}=a_1\cdot\dfrac{q^n-1}{q-1}$

Формула за сложна лихва: $K_n=K.q^n=K.\left(1+\dfrac{p}{100}\right)^n$

Зависимости в триъгълник

Правоъгълен триъгълник: $c^2 = a^2 + b^2$ $S = \frac{1}{2}ab = \frac{1}{2}ch_c$ $a^2 = a_1 c$ $b^2 = b_1 c$

$h_c{}^2 = a_1.b_1$ $r = \frac{a+b-c}{2}$ $\sin\alpha = \frac{a}{c}$ $\cos\alpha = \frac{b}{c}$ $\mathrm{tg}\alpha = \frac{a}{b}$ $\mathrm{cotg}\alpha = \frac{b}{a}$

Произволен триъгълник: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha$ $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos\beta$

$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma$ $\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma} = 2R$

Формула за медиана: $m_a{}^2 = \frac{1}{4}\left(2b^2 + 2c^2 - a^2\right)$ $m_b{}^2 = \frac{1}{4}\left(2a^2 + 2c^2 - b^2\right)$

$m_c{}^2 = \frac{1}{4}\left(2a^2 + 2b^2 - c^2\right)$

Формула за ъглополовяща: $\frac{a}{b} = \frac{n}{m}$ $l_c^2 = ab - nm$

Формули за лице

Триъгълник: $S = \frac{1}{2}ch_c$ $S = \frac{1}{2}ab\sin\gamma$ $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$

$S = pr$ $S = \frac{abc}{4R}$

Успоредник: $S = ah_a$ $S = ab\sin\alpha$

Четириъгълник: $S = \frac{1}{2}d_1 d_2 \sin\varphi$

Описан многоъгълник: $S = pr$

Тригонометрични функции

α^0	0^0	30^0	45^0	60^0	90^0
α rad	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin\alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos\alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\mathrm{tg}\alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	–
$\mathrm{cotg}\alpha$	–	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0

	$-\alpha$	$90^0-\alpha$	$90^0+\alpha$	$180^0-\alpha$
sin	$-\sin\alpha$	$\cos\alpha$	$\cos\alpha$	$\sin\alpha$
cos	$\cos\alpha$	$\sin\alpha$	$-\sin\alpha$	$-\cos\alpha$
tg	$-\mathrm{tg}\alpha$	$\mathrm{cotg}\alpha$	$-\mathrm{cotg}\alpha$	$-\mathrm{tg}\alpha$
cotg	$-\mathrm{cotg}\alpha$	$\mathrm{tg}\alpha$	$-\mathrm{tg}\alpha$	$-\mathrm{cotg}\alpha$

$$\sin(\alpha\pm\beta)=\sin\alpha\cos\beta\pm\cos\alpha\sin\beta \qquad \cos(\alpha\pm\beta)=\cos\alpha\cos\beta\mp\sin\alpha\sin\beta$$

$$\mathrm{tg}(\alpha\pm\beta)=\frac{\mathrm{tg}\alpha\pm\mathrm{tg}\beta}{1\mp\mathrm{tg}\alpha\mathrm{tg}\beta} \qquad \mathrm{cotg}(\alpha\pm\beta)=\frac{\mathrm{cotg}\alpha\mathrm{cotg}\beta\mp1}{\mathrm{cotg}\beta\pm\mathrm{cotg}\alpha}$$

$$\sin2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha \qquad \cos2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha=2\cos^2\alpha-1=1-2\sin^2\alpha$$

$$\mathrm{tg}2\alpha=\frac{2\mathrm{tg}\alpha}{1-\mathrm{tg}^2\alpha} \qquad \mathrm{cotg}2\alpha=\frac{\mathrm{cotg}^2\alpha-1}{2\mathrm{cotg}\alpha} \qquad \sin^2\alpha=\frac{1}{2}(1-\cos2\alpha) \qquad \cos^2\alpha=\frac{1}{2}(1+\cos2\alpha)$$

$$\sin\alpha+\sin\beta=2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2} \qquad \sin\alpha-\sin\beta=2\sin\frac{\alpha-\beta}{2}\cos\frac{\alpha+\beta}{2}$$

$$\cos\alpha+\cos\beta=2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2} \qquad \cos\alpha-\cos\beta=-2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$\sin\alpha\sin\beta=\frac{1}{2}\left(\cos(\alpha-\beta)-\cos(\alpha+\beta)\right) \qquad \cos\alpha\cos\beta=\frac{1}{2}\left(\cos(\alpha-\beta)+\cos(\alpha+\beta)\right)$$

$$\sin\alpha\cos\beta=\frac{1}{2}\left(\sin(\alpha+\beta)+\sin(\alpha-\beta)\right)$$