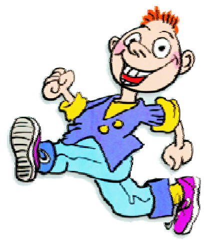
Учебен център Регалия

Учебен център • Издателство • Всичко за матурите • Е-обучение • За нас

Учебен център "Регалия" организира:



- целогодишни курсове за подготовка за зрелостни и кандидатстудентски изпити;
- целогодишни курсове за кандидатстване в езикови и профилирани гимназии по български език и математика;
- пробни изпити за кандидатстване след 7. клас;
- курсове за текуща подготовка по български език и математика за 6. клас.

На интернет страницата на Учебния център
http://www.regalia6.com
може да намерите:

тестове за външно оценяване за 4. клас

тестове за външно оценяване за 5. клас

тестове за външно оценяване за 6. клас

тестове за външно оценяване и кандидатстване след 7. клас

конкурсни изпити за кандидатстване след 7. клас

задачи от национални състезания за 7. клас

примерни тестове за ЕПИ на УНСС

тестове за зрелостни изпити

връзки към средни училища в София

връзки към висши училища в България

и още много полезна информация.

М И Н И С Т Е Р С Т В О Н А О Б Р А З О В А Н И Е Т О И Н А У К А Т А

ДЪРЖАВЕН ЗРЕЛОСТЕН ИЗПИТ ПО
МАТЕМАТИКА

3 септември 2008 г. – Вариант 2

УВАЖАЕМИ ЗРЕЛОСТНИЦИ,

Тестът съдържа **28 задачи** по математика от **два вида**:

- 20 задачи със структуриран отговор с четири възможни отговора, от които само един е верен;
- 8 задачи със свободен отговор.

Първите 20 задачи (от 1. до 20. включително) в теста са от затворен тип с четири възможни отговора, обозначени с главни букви от А до Г, от които само един е верен. Отговорите на тези задачи отбелязвайте със син цвят на химикалката в **листа за отговори**, а не върху тестовата книжка. За да отбележите верния отговор, зачертайте със знака кръгчето с буквата на съответния отговор. Например:

А ~~Б~~ В Г

Ако след това прецените, че първоначалният отговор не е верен и искате да го поправите, запълнете кръгчето с грешния отговор и зачертайте буквата на друг отговор, който приемате за верен. Например:

А ~~В~~ Г

За всяка задача трябва да е отбелязан не повече от един действителен отговор. Като действителен отговор на съответната задача се приема само този, чиято буква е зачертана със знака .

Отговорите на **задачите със свободен отговор (от 21. до 28. вкл.)** запишете в предоставения **свитък за свободните отговори**, като за задачи **от 26. до 28. вкл.** запишете пълнете решения с необходимите обосновки.

ПОЖЕЛАВАМЕ ВИ УСПЕШНА РАБОТА!

Отговорите на задачи от 1. до 20. вкл. отбелязвайте в листа за отговори!

1. На колко е равна стойността на израза $\dfrac{2}{\sqrt{3}+\sqrt{5}}-\dfrac{2}{\sqrt{3}-\sqrt{5}}$?

А) 0 **Б)** $-2\sqrt{5}$ **В)** $2\sqrt{5}$ **Г)** $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

2. Изразът $\dfrac{x^2-5x+4}{x^2-4x}$ при $x \neq 4$ и $x \neq 0$ е тъждествено равен на:

А) $\dfrac{x-5}{x-1}$ **Б)** $\dfrac{4-5x}{-4x}$ **В)** $\dfrac{x-1}{x-4}$ **Г)** $\dfrac{x-1}{x}$

3. Ако x_1 и x_2 са корените на уравнението $2x^2+5x-4=0$, то стойността на израза $\dfrac{1}{x_1}+\dfrac{1}{x_2}$ е равна на:

А) $-\dfrac{5}{4}$ **Б)** $\dfrac{4}{5}$ **В)** $\dfrac{5}{4}$ **Г)** $\dfrac{\sqrt{57}}{2}$

4. Изразът $\dfrac{2\sin\alpha.\sin(90^\circ-\alpha)}{\cos\alpha-\cos(180^\circ-\alpha)}$ при $\alpha \in [0^\circ;90^\circ)$ е равен на:

А) $\cos\alpha$ **Б)** $\sin\alpha$ **В)** $2\sin\alpha$ **Г)** 1

5. Стойността на кой от изразите е най-малка?

А) $\log_4 64$ **Б)** $\sqrt{2}\sin 45^\circ$ **В)** $\sqrt{(-5)^2}$ **Г)** $5^{\log_5 6}$

6. Кои са корените на уравнението $x^4-8x^2-9=0$?

А) 9 и -1 **Б)** ± 1 и ± 3 **В)** ± 3 **Г)** 1 и -9

7. Кои са корените на уравнението $\sqrt{5-x}=x-5$?

А) 5 **Б)** 5 и 4 **В)** 10 и 8 **Г)** $\varnothing$

8. Кои са решенията на неравенството $4x^2-16 \leq 0$?

А) $\forall x \leq -2$ **Б)** $\forall x \leq \pm 2$ **В)** $\forall x \in (-\infty;-2] \cup [2;+\infty)$ **Г)** $\forall x \in [-2;2]$

9. Коя е най-малката стойност на функцията $y=x^2+6x+10$?

А) 1 **Б)** -3 **В)** 10 **Г)** няма такава

10. Коя е най-голямата стойност на функцията $y=2\cos 3\alpha$ за $\alpha \in [0^\circ;90^\circ]$?

А) -2 **Б)** -6 **В)** 6 **Г)** 2

11. Стойността на израза $16^{\frac{3}{4}}25^{\frac{1}{2}}$ е равна на:

А) 60 **Б)** $8\sqrt{5}$ **В)** 40 **Г)** 10

12. Каква е вероятността при хвърляне на два зара да се паднат две шестици?

А) $\frac{1}{3}$ **Б)** $\frac{1}{6}$ **В)** $\frac{1}{18}$ **Г)** $\frac{1}{36}$

13. Триъгълникът ABC е равнобедрен, с основа $AB = 6$ m и височина към нея $CD = \sqrt{13}$ m. На колко е равна дължината на бедрото на този триъгълник?

А) 7 m **Б)** $\sqrt{22}$ m **В)** 2 m **Г)** $\sqrt{10}$ m

14. Успоредните прави a и b пресичат раменете на $\sphericalangle XOY$ съответно в точките $A;C$ и B;D, като $OC = 4$ cm, $AB = 9$ cm и $OA = CD = x$ cm. На колко е равна стойността на x?

А) 36 **Б)** 4,5 **В)** 6 **Г)** $\sqrt{10}$

15. Два триъгълника са подобни с коефициент на подобие 3. Лицето на по-малкия от тях е 6 cm^2. На колко е равно лицето на другия триъгълник?

А) 9 cm^2 **Б)** 2 cm^2 **В)** 18 cm^2 **Г)** 54 cm^2

16. В правоъгълния триъгълник $ABC(\sphericalangle ACB = 90°)$, CH е височина, $AH = 4$ cm и $BH = 9$ cm. На колко е равно лицето на $\triangle ABC$?

А) 39 cm^2 **Б)** 36 cm^2 **В)** 13 cm^2 **Г)** 78 cm^2

17. Два от ъглите на един триъгълник са $81°$ и $39°$, а радиусът на описаната около него окръжност е $10\sqrt{3}$ cm. На колко е равна дължината на средната по големина страна на този триъгълник?

А) 60 cm **Б)** 30 cm **В)** 20 cm **Г)** 40 cm

18. Едната страна на правоъгълник е три пъти по-малка от другата, а лицето му е 12 cm^2. На колко е равен периметърът на този правоъгълник?

А) 8 cm **Б)** 12 cm **В)** 16 cm **Г)** 18 cm

19. В остроъгълния $\triangle ABC$ дължината на страната $BC = \sqrt{3}$ cm, а радиусът на описаната около него окръжност е 1 cm. На колко е равна градусната мярка на $\sphericalangle BAC$?

А) 60 **Б)** 120 **В)** 90 **Г)** 30

20. В правоъгълника $ABCD$ ъглополовящата на $\sphericalangle BAD$ пресича диагонала BD в точката P, като $BP : PD = 4 : 3$ и $AC = 25$ cm. На колко сантиметра са равни съответно страните AB и AD?

А) 5 и $10\sqrt{6}$ **Б)** 4 и 3 **В)** 20 и 15 **Г)** 16 и 9

<u>Отговорите на задачи от 21. до 25. вкл. отбелязвайте в листа за отговори!</u>

21. Ако α е остър ъгъл и $\sin\alpha = \frac{4}{5}$, то на колко е равна стойността на израза $\cos\alpha + \sin\alpha.\mathrm{tg}\,\alpha$?

22. Ако x_1 и x_2 са корените на уравнението $x^2 + kx + 1 = 0$, за кои стойности на k е изпълнено неравенството $x_1^2 + x_2^2 \le 2$?

23. В успоредника $ABCD$ ъгъл BAD = $30°$, $AD = 2\sqrt{3}$ cm и $BD = 4$ cm. На колко е равна дължината на страната CD?

24. Дължините на страните на триъгълник са 13 cm, 14 cm и 15cm. На колко е равна дължината на средната по големина височина на този триъгълник?

25. Колко различни диагонали могат да се построят в изпъкнал десетоъгълник?

<u>Пълните решения с необходимите обосновки на задачите от 26. до 28. вкл. запишете в свитъка за свободните отговори!</u>

26. Да се реши уравнението $\frac{21}{x^2 - 4x + 10} - \left(x^2 - 4x\right) = 6$.

27. В окръжност с радиус R е вписан четириъгълник $ABCD$, като $AB = 2R$. Да се докаже, че периметърът на четириъгълника е равен на $2R\left[1 + \cos\alpha + \cos\beta - \cos\left(\alpha + \beta\right)\right]$, където $\alpha = \sphericalangle BAD$ и $\beta = \sphericalangle ABC$.

Ако $\alpha = \beta$, да се намери α така, че периметърът да е най-голям.

28. Разликата на петия и четвъртия член на геометрична прогресия е 576, а разликата на втория и първия и член е 9. На колко е равна сумата на първите 4 члена на прогресията?

ФОРМУЛИ

Квадратно уравнение

$ax^2+bx+c=0$ $\quad x_{1,2}=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ $\quad ax^2+bx+c=a(x-x_1)(x-x_2)$

Формули на Виет $\quad x_1+x_2=-\dfrac{b}{a}$ $\quad x_1x_2=\dfrac{c}{a}$

Квадратна функция

Графиката на $y=ax^2+bx+c$, $a\neq 0$ е парабола с връх точката $(-\dfrac{b}{2a};-\dfrac{D}{4a})$

Корен. Степен и логаритъм

$\sqrt[2k]{a^{2k}}=|a|$ $\qquad \sqrt[2k+1]{a^{2k+1}}=a$; $\quad$ при $k\in\mathbb{N}$

$\sqrt[n]{a^m}=a^{\frac{m}{n}}$ $\qquad \sqrt[nk]{a^{mk}}=\sqrt[n]{a^m}$ $\qquad \sqrt[n]{\sqrt[k]{a}}=\sqrt[nk]{a}$; при $\quad a>0$, $n\geq 2$, $k\geq 2$ и $n, m, k\in\mathbb{N}$

$\log_a b=x \Leftrightarrow a^x=b$ $\quad \log_a a^x=x$ $\quad a^{\log_a b}=b$; $\quad$ при $\quad b>0,\ a>0,\ a\neq 1$

Комбинаторика

Брой на пермутациите на n елемента: $\quad P_n=1.2.3...\left(n-1\right)n=n!$

Брой на вариациите на n елемента k -ти клас: $\quad V_n^k=n.\left(n-1\right)...\left(n-k+1\right)$

Брой на комбинациите на n елемента k -ти клас: $C_n^k=\dfrac{V_n^k}{P_k}=\dfrac{n.\left(n-1\right)...\left(n-k+1\right)}{1.2.3...(k-1)k}$

Вероятност $\qquad P(A)=\dfrac{\textit{брой на благоприятните случаи}}{\textit{брой на възможните случаи}}$ $\qquad 0\leq P(A)\leq 1$

Прогресии

Аритметична прогресия: $\quad a_n=a_1+\left(n-1\right)d$ $\qquad S_n=\dfrac{a_1+a_n}{2}\cdot n=\dfrac{2a_1+\left(n-1\right)d}{2}\cdot n$

Геометрична прогресия: $\quad a_n=a_1.q^{n-1}$ $\qquad S_n=\dfrac{a_nq-a_1}{q-1}=a_1\cdot\dfrac{q^n-1}{q-1}$

Формула за сложна лихва: $K_n=K.q^n=K.\left(1+\dfrac{p}{100}\right)^n$

Зависимости в триъгълник

Правоъгълен триъгълник: $c^2 = a^2 + b^2$ $S = \frac{1}{2}ab = \frac{1}{2}ch_c$ $a^2 = a_1c$ $b^2 = b_1c$

$h_c{}^2 = a_1.b_1$ $r = \frac{a+b-c}{2}$ $\sin\alpha = \frac{a}{c}$ $\cos\alpha = \frac{b}{c}$ $\mathrm{tg}\alpha = \frac{a}{b}$ $\mathrm{cotg}\alpha = \frac{b}{a}$

Произволен триъгълник: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha$ $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos\beta$

$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma$ $\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma} = 2R$

Формула за медиана: $m_a{}^2 = \frac{1}{4}\left(2b^2 + 2c^2 - a^2\right)$ $m_b{}^2 = \frac{1}{4}\left(2a^2 + 2c^2 - b^2\right)$

$m_c{}^2 = \frac{1}{4}\left(2a^2 + 2b^2 - c^2\right)$

Формула за ъглополовяща: $\frac{a}{b} = \frac{n}{m}$ $l_c^2 = ab - nm$

Формули за лице

Триъгълник: $S = \frac{1}{2}ch_c$ $S = \frac{1}{2}ab\sin\gamma$ $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$

$S = pr$ $S = \frac{abc}{4R}$

Успоредник: $S = ah_a$ $S = ab\sin\alpha$

Четириъгълник: $S = \frac{1}{2}d_1d_2\sin\varphi$

Описан многоъгълник: $S = pr$

Тригонометрични функции

α^0	0^0	30^0	45^0	60^0	90^0
α rad	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin\alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos\alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\mathrm{tg}\alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	–
$\mathrm{cotg}\alpha$	–	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0

	$-\alpha$	$90^0-\alpha$	$90^0+\alpha$	$180^0-\alpha$
sin	$-\sin\alpha$	$\cos\alpha$	$\cos\alpha$	$\sin\alpha$
cos	$\cos\alpha$	$\sin\alpha$	$-\sin\alpha$	$-\cos\alpha$
tg	$-\text{tg}\alpha$	$\text{cotg}\alpha$	$-\text{cotg}\alpha$	$-\text{tg}\alpha$
cotg	$-\text{cotg}\alpha$	$\text{tg}\alpha$	$-\text{tg}\alpha$	$-\text{cotg}\alpha$

$$\sin(\alpha\pm\beta)=\sin\alpha\cos\beta\pm\cos\alpha\sin\beta$$

$$\cos(\alpha\pm\beta)=\cos\alpha\cos\beta\mp\sin\alpha\sin\beta$$

$$\text{tg}(\alpha\pm\beta)=\frac{\text{tg}\alpha\pm\text{tg}\beta}{1\mp\text{tg}\alpha\text{tg}\beta}$$

$$\text{cotg}(\alpha\pm\beta)=\frac{\text{cotg}\alpha\text{cotg}\beta\mp1}{\text{cotg}\beta\pm\text{cotg}\alpha}$$

$$\sin2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha$$

$$\cos2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha=2\cos^2\alpha-1=1-2\sin^2\alpha$$

$$\text{tg}2\alpha=\frac{2\text{tg}\alpha}{1-\text{tg}^2\alpha}\qquad\text{cotg}2\alpha=\frac{\text{cotg}^2\alpha-1}{2\text{cotg}\alpha}$$

$$\sin^2\alpha=\frac{1}{2}(1-\cos2\alpha)\qquad\cos^2\alpha=\frac{1}{2}(1+\cos2\alpha)$$

$$\sin\alpha+\sin\beta=2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$\sin\alpha-\sin\beta=2\sin\frac{\alpha-\beta}{2}\cos\frac{\alpha+\beta}{2}$$

$$\cos\alpha+\cos\beta=2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$\cos\alpha-\cos\beta=-2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$\sin\alpha\sin\beta=\frac{1}{2}\left(\cos(\alpha-\beta)-\cos(\alpha+\beta)\right)$$

$$\cos\alpha\cos\beta=\frac{1}{2}\left(\cos(\alpha-\beta)+\cos(\alpha+\beta)\right)$$

$$\sin\alpha\cos\beta=\frac{1}{2}\left(\sin(\alpha+\beta)+\sin(\alpha-\beta)\right)$$