



Учебен център "Регалия" организира:

- целогодишни курсове за подготовка за зрелостни и кандидатстудентски изпити;
- целогодишни курсове за кандидатстване в езикови и профилирани гимназии по български език и математика;
- пробни изпити за кандидатстване след 7. клас;
- курсове за текуща подготовка по български език и математика за 6. клас.



На интернет страницата на Учебния център
<http://www.regalia6.com>
може да намерите:

[тестове за външно оценяване за 4. клас](#)

[тестове за външно оценяване за 5. клас](#)

[тестове за външно оценяване за 6. клас](#)

[тестове за външно оценяване и кандидатстване след 7. клас](#)

[конкурсни изпити за кандидатстване след 7. клас](#)

[задачи от национални състезания за 7. клас](#)

[примерни тестове за ЕПИ на УНСС](#)

[тестове за зрелостни изпити](#)

[връзки към средни училища в София](#)

[връзки към висши училища в България](#)

и още много полезна информация.


ДЪРЖАВЕН ЗРЕЛОСТЕН ИЗПИТ ПО
МАТЕМАТИКА


3 септември 2008 г. – Вариант 2

УВАЖАЕМИ ЗРЕЛОСТНИЦИ,



Тестът съдържа **28 задачи** по математика от **два вида**:


- 20 задачи със структуриран отговор с четири възможни отговора, от които само един е верен;
- 8 задачи със свободен отговор.

Първите 20 задачи (от 1. до 20. включително) в теста са от затворен тип с четири възможни отговора, обозначени с главни букви от А до Г, от които само един е верен. Отговорите на тези задачи отбелязвайте със син цвят на химикалката в **листа за отговори**, а не върху тестовата книжка. За да отбележите верния отговор, зачертайте със знака  кръгчето с буквата на съответния отговор. Например:

(A)  (B) (C) (D)

Ако след това прецените, че първоначалният отговор не е верен и искате да го поправите, запълнете кръгчето с грешния отговор и зачертайте буквата на друг отговор, който приемате за верен. Например:

(A)   (C) (D)

За всяка задача трябва да е отбелязан не повече от един действителен отговор. Като действителен отговор на съответната задача се приема само този, чиято буква е зачертана със знака  .

Отговорите на задачите със свободен отговор (от 21. до 28. вкл.) запишете в предоставения свитък за свободните отговори, като за задачи от 26. до 28. вкл. запишете пълните решения с необходимите обосновки.

ПОЖЕЛАВАМЕ ВИ УСПЕШНА РАБОТА!

Отговорите на задачи от 1. до 20. вкл. отбелязвайте в листа за отговори!

1. На колко е равна стойността на израза $\frac{2}{\sqrt{3} + \sqrt{5}} - \frac{2}{\sqrt{3} - \sqrt{5}}$?

- А) 0 Б) $-2\sqrt{5}$ В) $2\sqrt{5}$ Г) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

2. Изразът $\frac{x^2 - 5x + 4}{x^2 - 4x}$ при $x \neq 4$ и $x \neq 0$ е тъждествено равен на:

- А) $\frac{x-5}{x-1}$ Б) $\frac{4-5x}{-4x}$ В) $\frac{x-1}{x-4}$ Г) $\frac{x-1}{x}$

3. Ако x_1 и x_2 са корените на уравнението $2x^2 + 5x - 4 = 0$, то стойността на израза $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$ е равна на:

- А) $-\frac{5}{4}$ Б) $\frac{4}{5}$ В) $\frac{5}{4}$ Г) $\frac{\sqrt{57}}{2}$

4. Изразът $\frac{2 \sin \alpha \cdot \sin(90^\circ - \alpha)}{\cos \alpha - \cos(180^\circ - \alpha)}$ при $\alpha \in [0^\circ; 90^\circ)$ е равен на:

- А) $\cos \alpha$ Б) $\sin \alpha$ В) $2 \sin \alpha$ Г) 1

5. Стойността на кой от изразите е най-малка?

- А) $\log_4 64$ Б) $\sqrt{2} \sin 45^\circ$ В) $\sqrt{(-5)^2}$ Г) $5^{\log_5 6}$

6. Кои са корените на уравнението $x^4 - 8x^2 - 9 = 0$?

- А) 9 и -1 Б) ± 1 и ± 3 В) ± 3 Г) 1 и -9

7. Кои са корените на уравнението $\sqrt{5-x} = x-5$?

- А) 5 Б) 5 и 4 В) 10 и 8 Г) \emptyset

8. Кои са решенията на неравенството $4x^2 - 16 \leq 0$?

- А) $\forall x \leq -2$ Б) $\forall x \leq \pm 2$ В) $\forall x \in (-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$ Г) $\forall x \in [-2; 2]$

9. Коя е най-малката стойност на функцията $y = x^2 + 6x + 10$?

- А) 1 Б) -3 В) 10 Г) няма такава

10. Коя е най-голямата стойност на функцията $y = 2 \cos 3\alpha$ за $\alpha \in [0^\circ; 90^\circ]$?

- А) -2 Б) -6 В) 6 Г) 2

11. Стойността на израза $16^{\frac{3}{4}} 25^{\frac{1}{2}}$ е равна на:

- А) 60 Б) $8\sqrt{5}$ В) 40 Г) 10

12. Каква е вероятността при хвърляне на два зара да се паднат две шестици?

- А) $\frac{1}{3}$ Б) $\frac{1}{6}$ В) $\frac{1}{18}$ Г) $\frac{1}{36}$

13. Триъгълникът ABC е равнобедрен, с основа $AB = 6$ m и височина към нея $CD = \sqrt{13}$ m. На колко е равна дължината на бедрото на този триъгълник?

- А) 7 m Б) $\sqrt{22}$ m В) 2 m Г) $\sqrt{10}$ m

14. Успоредните прави a и b пресичат раменете на $\sphericalangle XOY$ съответно в точките $A;C$ и $B;D$, като $OC = 4$ cm, $AB = 9$ cm и $OA = CD = x$ cm. На колко е равна стойността на x ?

- А) 36 Б) 4,5 В) 6 Г) $\sqrt{10}$

15. Два триъгълника са подобни с коефициент на подобие 3. Лицето на по-малкия от тях е 6 cm². На колко е равно лицето на другия триъгълник?

- А) 9 cm² Б) 2 cm² В) 18 cm² Г) 54 cm²

16. В правоъгълния триъгълник ABC ($\sphericalangle ACB = 90^\circ$), CH е височина, $AH = 4$ cm и $BH = 9$ cm. На колко е равно лицето на $\triangle ABC$?

- А) 39 cm² Б) 36 cm² В) 13 cm² Г) 78 cm²

17. Два от ъглите на един триъгълник са 81° и 39° , а радиусът на описаната около него окръжност е $10\sqrt{3}$ cm. На колко е равна дължината на средната по големина страна на този триъгълник?

- А) 60 cm Б) 30 cm В) 20 cm Г) 40 cm

18. Едната страна на правоъгълник е три пъти по-малка от другата, а лицето му е 12 cm². На колко е равен периметърът на този правоъгълник?

- А) 8 cm Б) 12 cm В) 16 cm Г) 18 cm

19. В остроъгълния $\triangle ABC$ дължината на страната $BC = \sqrt{3}$ cm, а радиусът на описаната около него окръжност е 1 cm. На колко е равна градусната мярка на $\sphericalangle BAC$?

- А) 60 Б) 120 В) 90 Г) 30

20. В правоъгълника $ABCD$ ъглополовящата на $\sphericalangle BAD$ пресича диагонала BD в точката P , като $BP : PD = 4 : 3$ и $AC = 25$ cm. На колко сантиметра са равни съответно страните AB и AD ?

- А) 5 и $10\sqrt{6}$ Б) 4 и 3 В) 20 и 15 Г) 16 и 9

Отговорите на задачи от 21. до 25. вкл. отбелязвайте в листа за отговори!

21. Ако α е остър ъгъл и $\sin \alpha = \frac{4}{5}$, то на колко е равна стойността на израза $\cos \alpha + \sin \alpha \cdot \operatorname{tg} \alpha$?

22. Ако x_1 и x_2 са корените на уравнението $x^2 + kx + 1 = 0$, за кои стойности на k е изпълнено неравенството $x_1^2 + x_2^2 \leq 2$?

23. В успоредника $ABCD$ ъгъл $BAD = 30^\circ$, $AD = 2\sqrt{3}$ cm и $BD = 4$ cm. На колко е равна дължината на страната CD ?

24. Дължините на страните на триъгълник са 13 cm, 14 cm и 15cm. На колко е равна дължината на средната по големина височина на този триъгълник?

25. Колко различни диагонали могат да се построят в изпъкнал десетоъгълник?

Пълните решения с необходимите обосновки на задачите от 26. до 28. вкл. запишете в свитъка за свободните отговори!

26. Да се реши уравнението $\frac{21}{x^2 - 4x + 10} - (x^2 - 4x) = 6$.

27. В окръжност с радиус R е вписан четириъгълник $ABCD$, като $AB = 2R$. Да се докаже, че периметърът на четириъгълника е равен на $2R[1 + \cos \alpha + \cos \beta - \cos(\alpha + \beta)]$, където $\alpha = \sphericalangle BAD$ и $\beta = \sphericalangle ABC$.

Ако $\alpha = \beta$, да се намери α така, че периметърът да е най-голям.

28. Разликата на петия и четвъртия член на геометрична прогресия е 576, а разликата на втория и първия член е 9. На колко е равна сумата на първите 4 члена на прогресията?

ФОРМУЛИ

Квадратно уравнение

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$$

$$\text{Формули на Виет} \quad x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \quad x_1 x_2 = \frac{c}{a}$$

Квадратна функция

Графиката на $y = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$ е парабола с връх точката $(-\frac{b}{2a}; -\frac{D}{4a})$

Корен. Степен и логаритъм

$$\sqrt[2k]{a^{2k}} = |a| \quad \sqrt[2k+1]{a^{2k+1}} = a; \quad \text{при } k \in \mathbb{N}$$

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}} \quad \sqrt[nk]{a^{mk}} = \sqrt[n]{a^m} \quad \sqrt[nk]{a} = \sqrt[n]{\sqrt[k]{a}}; \quad \text{при } a > 0, n \geq 2, k \geq 2 \text{ и } n, m, k \in \mathbb{N}$$

$$\log_a b = x \Leftrightarrow a^x = b \quad \log_a a^x = x \quad a^{\log_a b} = b; \quad \text{при } b > 0, a > 0, a \neq 1$$

Комбинаторика

Брой на пермутациите на n елемента: $P_n = 1.2.3 \dots (n-1)n = n!$

Брой на вариациите на n елемента k -ти клас: $V_n^k = n.(n-1) \dots (n-k+1)$

Брой на комбинациите на n елемента k -ти клас: $C_n^k = \frac{V_n^k}{P_k} = \frac{n.(n-1) \dots (n-k+1)}{1.2.3 \dots (k-1)k}$

Вероятност $P(A) = \frac{\text{брой на благоприятните случаи}}{\text{брой на възможните случаи}} \quad 0 \leq P(A) \leq 1$

Прогресии

Аритметична прогресия: $a_n = a_1 + (n-1)d$

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n = \frac{2a_1 + (n-1)d}{2} \cdot n$$

Геометрична прогресия: $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$

$$S_n = \frac{a_n q - a_1}{q-1} = a_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q-1}$$

Формула за сложна лихва: $K_n = K \cdot q^n = K \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n$

Зависимости в триъгълник

Правоъгълен триъгълник: $c^2 = a^2 + b^2$ $S = \frac{1}{2}ab = \frac{1}{2}ch_c$ $a^2 = a_1c$ $b^2 = b_1c$

$h_c^2 = a_1b_1$ $r = \frac{a+b-c}{2}$ $\sin \alpha = \frac{a}{c}$ $\cos \alpha = \frac{b}{c}$ $\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}$ $\operatorname{cotg} \alpha = \frac{b}{a}$

Произволен триъгълник: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$ $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \beta$

$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma$ $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R$

Формула за медиана: $m_a^2 = \frac{1}{4}(2b^2 + 2c^2 - a^2)$ $m_b^2 = \frac{1}{4}(2a^2 + 2c^2 - b^2)$

$m_c^2 = \frac{1}{4}(2a^2 + 2b^2 - c^2)$

Формула за ъглополовяща: $\frac{a}{b} = \frac{n}{m}$ $l_c^2 = ab - nm$

Формули за лице

Триъгълник: $S = \frac{1}{2}ch_c$ $S = \frac{1}{2}ab \sin \gamma$ $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$

$S = pr$ $S = \frac{abc}{4R}$

Успоредник: $S = ah_a$ $S = ab \sin \alpha$

Четириъгълник: $S = \frac{1}{2}d_1d_2 \sin \varphi$

Описан многоъгълник: $S = pr$

Тригонометрични функции

α^0	0^0	30^0	45^0	60^0	90^0
α rad	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\operatorname{tg} \alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	–
$\operatorname{cotg} \alpha$	–	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0

	$-\alpha$	$90^\circ - \alpha$	$90^\circ + \alpha$	$180^\circ - \alpha$
sin	$-\sin \alpha$	$\cos \alpha$	$\cos \alpha$	$\sin \alpha$
cos	$\cos \alpha$	$\sin \alpha$	$-\sin \alpha$	$-\cos \alpha$
tg	$-\operatorname{tg} \alpha$	$\operatorname{cotg} \alpha$	$-\operatorname{cotg} \alpha$	$-\operatorname{tg} \alpha$
cotg	$-\operatorname{cotg} \alpha$	$\operatorname{tg} \alpha$	$-\operatorname{tg} \alpha$	$-\operatorname{cotg} \alpha$

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$$

$$\operatorname{tg}(\alpha \pm \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha \pm \operatorname{tg} \beta}{1 \mp \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta}$$

$$\operatorname{cotg}(\alpha \pm \beta) = \frac{\operatorname{cotg} \alpha \operatorname{cotg} \beta \mp 1}{\operatorname{cotg} \beta \pm \operatorname{cotg} \alpha}$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1 = 1 - 2 \sin^2 \alpha$$

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha} \quad \operatorname{cotg} 2\alpha = \frac{\operatorname{cotg}^2 \alpha - 1}{2 \operatorname{cotg} \alpha}$$

$$\sin^2 \alpha = \frac{1}{2}(1 - \cos 2\alpha) \quad \cos^2 \alpha = \frac{1}{2}(1 + \cos 2\alpha)$$

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\sin \alpha - \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha - \beta}{2} \cos \frac{\alpha + \beta}{2}$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\sin \alpha \sin \beta = \frac{1}{2}(\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta))$$

$$\cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2}(\cos(\alpha - \beta) + \cos(\alpha + \beta))$$

$$\sin \alpha \cos \beta = \frac{1}{2}(\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta))$$