

# Учебен център Регалия



Учебен център • Издателство • Всичко за матурите • Е-обучение • За нас

## Учебен център "Регалия" организира:

- целогодишни курсове за подготовка за зрелостни и кандидатстудентски изпити;
- целогодишни курсове за кандидатстване в езикови и профилирани гимназии по български език и математика;
- пробни изпити за кандидатстване след 7. клас;
- курсове за текуща подготовка по български език и математика за 6. клас.



На интернет страницата на Учебния център  
<http://www.regalia6.com>  
може да намерите:

[тестове за външно оценяване за 4. клас](#)

[тестове за външно оценяване за 5. клас](#)

[тестове за външно оценяване за 6. клас](#)

[тестове за външно оценяване и кандидатстване след 7. клас](#)

[конкурсни изпити за кандидатстване след 7. клас](#)

[задачи от национални състезания за 7. клас](#)

[примерни тестове за ЕПИ на УНСС](#)

[тестове за зрелостни изпити](#)

[връзки към средни училища в София](#)

[връзки към висши училища в България](#)

и още много полезна информация.

## Решения на задачи № 26, 27 и 28

**Задача 26.** Полагаме  $x^2 - x = y$  и достигаме до равносилното уравнение  $\frac{21}{y+10} - y = 6$ .

Преобразуваме го и получаваме еквивалентното уравнение  $y^2 + 16y + 39 = 0$ , решенията на което са числата  $-3$  и  $-13$ . Връщаме се при полагането и получаваме уравненията  $x^2 - 4x + 3 = 0$  и  $x^2 - 4x + 13 = 0$ , второто от които няма решение, а решенията на първото са числата  $1$  и  $3$ . Следователно решенията на даденото уравнение са:  $x_1 = 1$  и  $x_2 = 3$ .

**Задача 27.** Като вземем предвид, че най-голямата хорда в окръжността е диаметърът и вземем под внимание, че  $AB = 2R$ , то  $AB$  е диаметър на описаната около четириъгълника  $ABCD$  окръжност. Означаваме с  $O$  центъра на тази окръжност. Тогава от равнобедрените триъгълници  $OCB$  и  $OAD$  намираме, че  $BC = 2R \cos \beta$  и  $AD = 2R \cos \alpha$ . От равнобедрения триъгълник  $DCO$  получаваме  $CD = 2R \sin \sphericalangle \frac{COD}{2}$ .

Като вземем предвид, че  $\sphericalangle BOC = 180^\circ - 2\beta$  и  $\sphericalangle AOD = 180^\circ - 2\alpha$ , намираме  $\sphericalangle \frac{COD}{2} = \frac{2\alpha + 2\beta - 180^\circ}{2} = \alpha + \beta - 90^\circ$ . Следователно  $CD = -2R \cos(\alpha + \beta)$ . (Лесно се съобразява, че  $180^\circ > \alpha + \beta > 90^\circ$ .) Тогава  $P_{ABCD} = 2R(1 + \cos \alpha + \cos \beta - \cos(\alpha + \beta))$ .

Ако  $\alpha = \beta$ , то  $P(\alpha) = 4R(1 + \cos \alpha - \cos^2 \alpha)$ . Периметърът е най-голям, когато стойността на квадратната функция  $1 + \cos \alpha - \cos^2 \alpha$  е най-голяма, а това е така когато  $\cos \alpha = \frac{1}{2}$ . Следователно  $\alpha = 60^\circ$ , т.е. периметърът е най-голям при тази стойност на ъгъла и  $P_{\max} = 5R$ .

**Задача 28.** Ако означим с  $a$  и  $q$  съответно първия член и частното на прогресията, получаваме системата 
$$\begin{cases} aq^4 - aq^3 = 576 \\ aq - a = 9, \end{cases}$$
 която е равносилна на системата

$$\begin{cases} aq^3(q-1) = 576 \\ a(q-1) = 9. \end{cases}$$
 Като разделим почленно двете страни на уравненията, получаваме

уравнението  $q^3 = 64$ , което заедно с уравнението  $aq - a = 9$  образува система еквивалентна на дадената. Получената система има за решения  $q = 4$  и  $a = 3$ . Следователно сумата на първите четири члена на прогресията е равна на  $255$ .