

Учебен център Регалия



Учебен център • Издателство • Всичко за матурите • Е-обучение • За нас

Учебен център "Регалия" организира:

- целогодишни курсове за подготовка за зрелостни и кандидатстудентски изпити;
- целогодишни курсове за кандидатстване в езикови и профилирани гимназии по български език и математика;
- пробни изпити за кандидатстване след 7. клас;
- курсове за текуща подготовка по български език и математика за 6. клас.



На интернет страницата на Учебния център
<http://www.regalia6.com>
може да намерите:

[тестове за външно оценяване за 4. клас](#)

[тестове за външно оценяване за 5. клас](#)

[тестове за външно оценяване за 6. клас](#)

[тестове за външно оценяване и кандидатстване след 7. клас](#)

[конкурсни изпити за кандидатстване след 7. клас](#)

[задачи от национални състезания за 7. клас](#)

[примерни тестове за ЕПИ на УНСС](#)

[тестове за зрелостни изпити](#)

[връзки към средни училища в София](#)

[връзки към висши училища в България](#)

и още много полезна информация.


ДЪРЖАВЕН ЗРЕЛОСТЕН ИЗПИТ ПО
МАТЕМАТИКА


2 септември 2008 г. – Вариант 2

УВАЖАЕМИ ЗРЕЛОСТНИЦИ,



Тестът съдържа **28 задачи** по математика от **два вида**:


- 20 задачи със структуриран отговор с четири възможни отговора, от които само един е верен;
- 8 задачи със свободен отговор.

Първите 20 задачи (от 1. до 20. включително) в теста са от затворен тип с четири възможни отговора, обозначени с главни букви от А до Г, от които само един е верен. Отговорите на тези задачи отбелязвайте със син цвят на химикалката в **листа за отговори**, а не върху тестовата книжка. За да отбележите верния отговор, зачертайте със знака  кръгчето с буквата на съответния отговор. Например:

(A)  (B) (G)

Ако след това прецените, че първоначалният отговор не е верен и искате да го поправите, запълнете кръгчето с грешния отговор и зачертайте буквата на друг отговор, който приемате за верен. Например:

(A)   (G)

За всяка задача трябва да е отбелязан не повече от един действителен отговор. Като действителен отговор на съответната задача се приема само този, чиято буква е зачертана със знака  .

Отговорите на задачите със свободен отговор (от 21. до 28. вкл.) запишете в предоставения свитък за свободните отговори, като за задачи от 26. до 28. вкл. запишете пълните решения с необходимите обосновки.

ПОЖЕЛАВАМЕ ВИ УСПЕШНА РАБОТА!

Отговорите на задачите от 1. до 20. вкл. отбелязвайте в листа за отговори!

1. Най-голямото от числата е:

- А) $5\sqrt{2}$ Б) $5\sqrt{3}$ В) $4\sqrt{5}$ Г) $\sqrt{60}$

2. Равенството $\sqrt{(-2)^2 x^2 b} = -2x\sqrt{b}$ е вярно при:

- А) $x \geq 0, b \geq 0$ Б) $x \leq 0, b \geq 0$ В) $x \leq 0, b \leq 0$ Г) $x \geq 0, b \leq 0$

3. Изразът $\frac{2x+2}{x^2+2x-3} - \frac{1}{x+3}$, при $x \neq 1, x \neq -3$, е тъждествено равен на:

- А) $\frac{1}{x+3}$ Б) $\frac{2}{x-1}$ В) $\frac{1}{x+1}$ Г) $\frac{1}{x-1}$

4. Най-малкото от числата е:

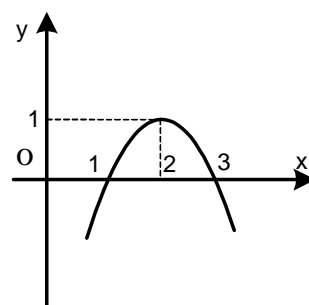
- А) $\log_3 \frac{1}{27}$ Б) $\log_5 5$ В) $\log_{\sqrt{2}} 1$ Г) $2^{\log_2 5}$

5. Решенията на уравнението $(9-x^2)\sqrt{x-1} = 0$ са:

- А) 1 и -3 Б) 1 и 3 В) -3, -1 и 3 Г) -3 и 3

6. Параболата от чертежа е графиката на функцията:

- А) $y = -x^2 - 4x + 3$
Б) $y = x^2 + 4x + 3$
В) $y = x^2 - 4x + 3$
Г) $y = -x^2 + 4x - 3$



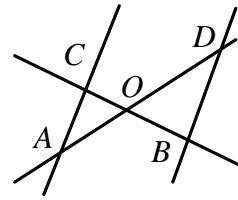
7. Решенията на неравенството $2x^2 - x - 1 < 0$ са:

- А) $(-\infty; 1)$ Б) $(-\frac{1}{2}; +\infty)$ В) $(-\frac{1}{2}; 1)$ Г) $(-\infty; -\frac{1}{2}) \cup (1; +\infty)$

8. Ако $AC \parallel BD$, $OA = 6 \text{ cm}$, $OB = 5 \text{ cm}$ и $OC = 3 \text{ cm}$,

то дължината на отсечката OD е:

- А) 8 cm Б) $3\frac{3}{5} \text{ cm}$
В) 10 cm Г) $2,5 \text{ cm}$



9. Частното на геометрична прогресия a_1, a_2, a_3, \dots , за която $a_2 = -6$ и $a_5 = 162$ е:

- А) $-\frac{1}{3}$ Б) 3 В) -9 Г) -3

10. Изчислете $\sin 2\alpha$, ако $\sin \alpha = 0,6$ и $90^\circ < \alpha < 180^\circ$.

- А) $\frac{6}{5}$ Б) $-\frac{5}{6}$ В) $-\frac{24}{25}$ Г) $\frac{24}{25}$

11. Медианата на статистическия ред $5, 2, 9, 8, 12, 1, 4, 7, 4, 6$ е:

- А) 5 Б) $5,5$ В) 6 Г) $6,5$

12. Стойността на израза $\log_5 5 + \log_3 27 + \lg 0,001$ е:

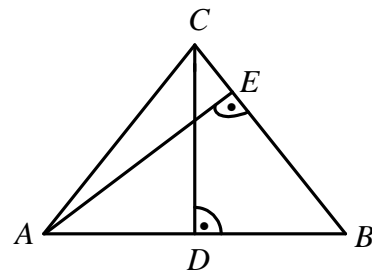
- А) 3 Б) 2 В) 1 Г) 6

13. В равнобедрен триъгълник ABC ($AC = BC$)

основата $AB = 30 \text{ cm}$, а височината $CD = 20 \text{ cm}$.

Дължината на височината AE ($E \in BC$) е равна на:

- А) $16\frac{2}{3} \text{ cm}$ Б) 18 cm
В) 16 cm Г) 24 cm

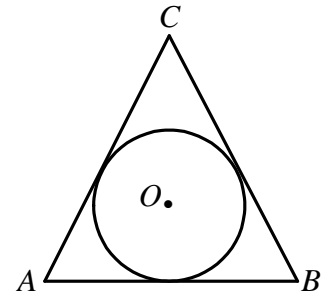


14. В кой от интервалите функцията $f(x) = -x^2 + 4x + 2$ е растяща?

- А) $(3; 5)$ Б) $(-3; 2)$ В) $(5; 7)$ Г) $[7; +\infty)$

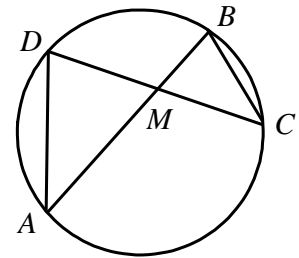
15. Окръжност с център O и радиус r е вписана в равностранен триъгълник ABC . Да се намери дължината на страната на триъгълника, ако $r = 3\sqrt{3} \text{ cm}$.

- А) 18 cm Б) $8\sqrt{3} \text{ cm}$
 В) 9 cm Г) $6\sqrt{3} \text{ cm}$



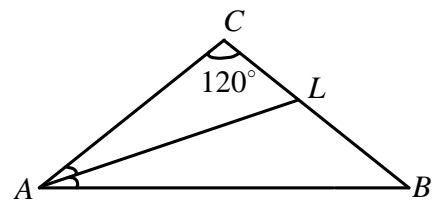
16. В окръжност хордите AB и CD се пресичат в точка M така, че $AM = 4 \text{ cm}$, $MC = 3 \text{ cm}$ и лицето на $\triangle AMD$ е 2 cm^2 . Лицето на $\triangle MCB$ е равно на:

- А) $\frac{8}{9} \text{ cm}^2$ Б) $\frac{2}{3} \text{ cm}^2$ В) $\frac{3}{2} \text{ cm}^2$ Г) $\frac{9}{8} \text{ cm}^2$



17. Даден е равнобедрен триъгълник ABC с бедра $AC = BC = 6 \text{ cm}$ и $\angle ACB = 120^\circ$. Дължината на ъглополовящата AL ($L \in BC$) е равна на:

- А) $3\sqrt{6} \text{ cm}$ Б) $2\sqrt{3} \text{ cm}$
 В) $\sqrt{6} \text{ cm}$ Г) $2\sqrt{6} \text{ cm}$



18. Кодът на охранителна система се състои от 4 различни нечетни цифри. Какъв е максималният брой опити, които трябва да се направят, за да се открие кодът на системата?

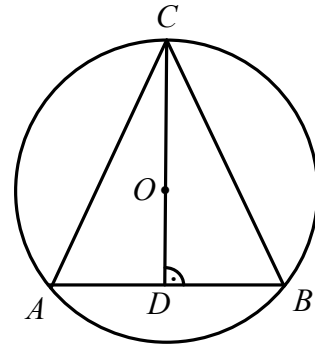
- А) 220 Б) 180 В) 120 Г) 240

19. Две от страните на триъгълник са с дължини $4\sqrt{3} \text{ cm}$ и 4 cm , а ъгълът между тях е 30° . Видът на триъгълника е:

- А) равнобедрен тъпоъгълен Б) равнобедрен остроъгълен
 В) не може да се определи Г) правоъгълен

20. В окръжност с център O и радиус $R = 3\sqrt{3}$ cm е вписан остроъгълен равнобедрен триъгълник ABC с бедра $AC = BC = 6\sqrt{2}$ cm. Височината CD на триъгълника е равна на:

- А) $4\sqrt{2}$ cm Б) $4\sqrt{3}$ cm В) $6\sqrt{3}$ cm Г) $5\sqrt{2}$ cm



Отговорите на задачите от 21. До 25. вкл. запишете в свитъка за свободните отговори!

21. Да се реши уравнението $(x^2 - 2x)^2 - 2(x^2 - 2x) - 3 = 0$

22. Да се представи израза $\sin \alpha + 2 \sin 2\alpha + \sin 3\alpha$ във вид на произведение

23. В шампионската лига по футбол участват 32 отбора, разпределени в 8 групи по 4 отбора. Отборите във всяка група играят по два мача помежду си. Намерете броя на мачовете които се изиграват.

24. Равнобедрен трапец с бедро 5 cm и диагонал 7 cm е описан около окръжност. Да се намерят основите на трапеца.

25. Даден е триъгълник ABC , в който, $AC = 4$ cm $BC = 8$ cm и $\angle ACB = 120^\circ$. Да се намери дължината на ъглополовящата CL ($L \in AB$).

Пълните решения с необходимите обосновки на задачите от 26. до 28. вкл. запишете в свитъка за свободните отговори!

26. Сборът на три числа, образуващи аритметична прогресия, е 12. Ако към третото число се прибави 2, ще се получи геометрична прогресия. Да се намерят тези три числа.

27. Точката M е средата на страната CD на успоредника $ABCD$. Намерете лицето на успоредника, ако $\angle BAD = 60^\circ$, $MA = 6 \text{ cm}$ и $MB = 4 \text{ cm}$.

28. Правилен петогълник $ABCDE$ е вписан в окръжност с център O . Построен е един триъгълник с върхове измежду шестте точки A, B, C, D, E и O . Да се намери вероятността построения триъгълник да е тъпогълен.

ФОРМУЛИ

Квадратно уравнение

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$$

$$\text{Формули на Виет} \quad x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \quad x_1 x_2 = \frac{c}{a}$$

Квадратна функция

Графиката на $y = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$ е парабола с връх точката $(-\frac{b}{2a}; -\frac{D}{4a})$

Корен. Степен и логаритъм

$$\sqrt[2k]{a^{2k}} = |a| \quad \sqrt[2k+1]{a^{2k+1}} = a; \quad \text{при } k \in \mathbb{N}$$

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}} \quad \sqrt[nk]{a^{mk}} = \sqrt[n]{a^m} \quad \sqrt[nk]{a} = \sqrt[n]{\sqrt[k]{a}}; \quad \text{при } a > 0, n \geq 2, k \geq 2 \text{ и } n, m, k \in \mathbb{N}$$

$$\log_a b = x \Leftrightarrow a^x = b \quad \log_a a^x = x \quad a^{\log_a b} = b; \quad \text{при } b > 0, a > 0, a \neq 1$$

Комбинаторика

Брой на пермутациите на n елемента: $P_n = 1.2.3 \dots (n-1)n = n!$

Брой на вариациите на n елемента k -ти клас: $V_n^k = n.(n-1) \dots (n-k+1)$

Брой на комбинациите на n елемента k -ти клас: $C_n^k = \frac{V_n^k}{P_k} = \frac{n.(n-1) \dots (n-k+1)}{1.2.3 \dots (k-1)k}$

Вероятност $P(A) = \frac{\text{брой на благоприятните случаи}}{\text{брой на възможните случаи}} \quad 0 \leq P(A) \leq 1$

Прогресии

Аритметична прогресия: $a_n = a_1 + (n-1)d$

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n = \frac{2a_1 + (n-1)d}{2} \cdot n$$

Геометрична прогресия: $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$

$$S_n = \frac{a_n q - a_1}{q-1} = a_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q-1}$$

Формула за сложна лихва: $K_n = K \cdot q^n = K \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n$

Зависимости в триъгълник

Правоъгълен триъгълник: $c^2 = a^2 + b^2$ $S = \frac{1}{2}ab = \frac{1}{2}ch_c$ $a^2 = a_1c$ $b^2 = b_1c$

$h_c^2 = a_1b_1$ $r = \frac{a+b-c}{2}$ $\sin \alpha = \frac{a}{c}$ $\cos \alpha = \frac{b}{c}$ $\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}$ $\operatorname{cotg} \alpha = \frac{b}{a}$

Произволен триъгълник: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$ $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \beta$

$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma$ $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R$

Формула за медиана: $m_a^2 = \frac{1}{4}(2b^2 + 2c^2 - a^2)$ $m_b^2 = \frac{1}{4}(2a^2 + 2c^2 - b^2)$

$m_c^2 = \frac{1}{4}(2a^2 + 2b^2 - c^2)$

Формула за ъглополовяща: $\frac{a}{b} = \frac{n}{m}$ $l_c^2 = ab - nm$

Формули за лице

Триъгълник: $S = \frac{1}{2}ch_c$ $S = \frac{1}{2}ab \sin \gamma$ $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$

$S = pr$ $S = \frac{abc}{4R}$

Успоредник: $S = ah_a$ $S = ab \sin \alpha$

Четириъгълник: $S = \frac{1}{2}d_1d_2 \sin \varphi$

Описан многоъгълник: $S = pr$

Тригонометрични функции

α^0	0^0	30^0	45^0	60^0	90^0
α rad	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\operatorname{tg} \alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	–
$\operatorname{cotg} \alpha$	–	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0

	$-\alpha$	$90^\circ - \alpha$	$90^\circ + \alpha$	$180^\circ - \alpha$
sin	$-\sin \alpha$	$\cos \alpha$	$\cos \alpha$	$\sin \alpha$
cos	$\cos \alpha$	$\sin \alpha$	$-\sin \alpha$	$-\cos \alpha$
tg	$-\operatorname{tg} \alpha$	$\operatorname{cotg} \alpha$	$-\operatorname{cotg} \alpha$	$-\operatorname{tg} \alpha$
cotg	$-\operatorname{cotg} \alpha$	$\operatorname{tg} \alpha$	$-\operatorname{tg} \alpha$	$-\operatorname{cotg} \alpha$

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$$

$$\operatorname{tg}(\alpha \pm \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha \pm \operatorname{tg} \beta}{1 \mp \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta}$$

$$\operatorname{cotg}(\alpha \pm \beta) = \frac{\operatorname{cotg} \alpha \operatorname{cotg} \beta \mp 1}{\operatorname{cotg} \beta \pm \operatorname{cotg} \alpha}$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1 = 1 - 2 \sin^2 \alpha$$

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha} \quad \operatorname{cotg} 2\alpha = \frac{\operatorname{cotg}^2 \alpha - 1}{2 \operatorname{cotg} \alpha}$$

$$\sin^2 \alpha = \frac{1}{2}(1 - \cos 2\alpha) \quad \cos^2 \alpha = \frac{1}{2}(1 + \cos 2\alpha)$$

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\sin \alpha - \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha - \beta}{2} \cos \frac{\alpha + \beta}{2}$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\sin \alpha \sin \beta = \frac{1}{2}(\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta))$$

$$\cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2}(\cos(\alpha - \beta) + \cos(\alpha + \beta))$$

$$\sin \alpha \cos \beta = \frac{1}{2}(\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta))$$